A. gr. b.
3617

A. gr. b. 3617 r

724

Digitized by Google

SCHOLIA

Digitized by Google

Iſaaci Monachi
SCHOLIA IN
EVCLIDIS ELEMENTORVM
Geometriæ, ſex priores libros.

Per
CVNRADVM DASYPODIVM
in Latinum ſermonem tranſlata:
& in lucem edita.



Ex Lib. Cong. oratoriũ [illegible]

ARGENTORATI
Excudebat Nicolaus Vvyriot,
M. D. LXXIX.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

06/04/156

NOBILITATE, DOCTRINA, ATQVE PRVDENTIA, EXCELLEN- tiſs. atque Ornatiſsimo Equiti Holſato: HENRICO RANTZOVIO Sereniſs. Regis Daniæ &c. in Ducatibus Holſatiæ, Sleſuuitz, & Dietmarſch Vicario, atq; Conſiliario: Domino in Bredenberg &c. Domino & Mecœnati ſuo S. D.

MAthematica ſcientia, in omnes oras mundi, regionesué diffuſa eſt. Nam ſiue cœlum intueamur: ſiue de terrenis loquamur: ſiue conſideremus diuina: ſiue tractemus humana: ſiue aliud quid agamus, in quotidiana hominum conuerſatione: res ſemper, & vbiq; occurrunt nobis mathematicæ. tanta harum eſt longe lateque patens, & per vniuerſitatem ipſam diſ-

fuſa vis & efficatia: tāta varietas, tāta in diſſimilib⁹ generib⁹, ſimilitudo: tāta in tam multiplici diuerſitate cognatio: vt ſi quis vinculum hoc ſocietatis artium & diſciplinarū mathematicarum, quo continentur, conſiderare velit: mirum quendam omnium doctrinarum conſenſum, & in tanta, ac tam multiplici varietate rerum, concentum reperiet.

Sed ita oppreſſi ſumus omnes, non modo vulgi opinionibus, verū etiam hominum non leuiter doctorum: vt harum ſcientiarum cognitionem, vel nullam, vel perexiguam cum habeamus: animo noſtro non dico voluptates, quas ex ipſis percipimus: ſed coniunctionem illam, ſed vtilitatē & neceſſitatem non complecti poſſimus. quod ſi enim mathematica è rerum tolleretur natura: animum ex corpore humano: Solem è mundo, diceres ſublatum.

Verum his omnibus omiſſis: hoc tantum dicam: in hoc tam vario, & tam multiplici ſtudiorū genere: com-

plures

plures, eoſque inter ſe diſſimiles fuiſſe doctos & literatos homines: qui tamē conſimili laude, digni iudicati ſunt. quemadmodum id in omnibus fit, rerum generibus: in omnibus vitæ ſtudijs: in omnibus denique actionibus. Multa enim viſui obijciuntur: quæ diſſimilia inter ſe ſunt: & ſenſum hunc diſſimili genere delectant. multa grauitate & acumine, diuerſa & varia, auribus percipiuntur: attamen concinnitate iucunda, aures feriunt. quod autem in rerum fit natura: facile ad artes & ſtudia, in quibus etiam magna eſt varietas & diſſimilitudo: trāsferri poteſt.

Etſi enim vna ſit ars, ratióque pingendi: diſſimiles tamen fuerunt, in hoc artium genere pictores, & ij excellenteis. Apelles Cous, ea quæ vix pingi poſſunt: pinxiſſe dicitur: vt ſunt tonitrua, fulgetra, fulguraque. Protogenes ingenti labore, magnaq; arte pinxit: at gratia defuit: quam ſi adſequutus fuiſſet: immortalem Græci eum feciſſent. Polygnotus Thaſius mores

& ſenſus optime expreſſit: vt Ariſtides Thebanus, primus animum pinxit. ita diſſimilia ſtudia in eadem fuerunt arte: nec cuiquam quicquam defuiſſe videatur. Vna etiam eſt fingendi ars: in qua multi fuerunt præſtantes viri: omnes tamen inter ſe diſſimiles: ſed ſibi ipſis maxime ſimiles. Phydias inter omnes ſtatuarios princeps, ſymmetriam diligentiſſime cuſtodiuit: Polycletus lineamenta artis in Canone oſtendit: Myro varietatem multiplicauit: in ſeruanda ſymmetria Polycleto diligentior. Callymachus ſtatuarius & pictor ſemper ſui calumniator, finem diligentiæ inuenire non potuit. Sic in cæteris artibus & diſciplinis, ſummas inuenies diſſimilitudines, in vno eodemq; vel rerum, vel artificiũ genere. ita tamen vt in hoc diſpari genere laudentur.

Non ergo mirum, ſi id ipſum in rebus & diſciplinis contingat mathematicis: in quibus vt ante dixi, videmus vim maximam eſſe, longe lateque per omnem vniuerſitatem diffuſam: ſumma

ma tamen diſſimilitudine. Eſt cognatio numerorum & figurarum tanta: vt numeros ſine figuris, & figuras abſque numeris, exprimere non poſſis. at quãta eſt diuerſitas generis, quanta diſſimilitudo naturę: inter punctum, & vnitatem? numerum & lineam? ſuperficiem & numerum planum? corpus ſolidum & numerum ſolidum? inter numerum & ſonum quanta diſparitas? inter circulum & ſtellam? ſtellam & numerũ? at hæc ſunt inter ſe copula quadam, & vniculo quodam naturali coniuncta. Numerorum enim doctrinam plenariam abſque planis, & ſolidis, quadratis, & cubis, tradere nõ potes. at hæc ſunt geometrica. Figuras planas & ſolidas non niſi per numeros vt ternarium, quaternarium, quinarium, & alios exprimes, dum trigona quadrata pentagona & alia ſchemata nominas. Muſicam ſi docere velis: an non & figurarum & numerorum genere diſſimilium opus erit cognitione? Geodætica, Logiſtica, Mechanica ne tra-

ctabis? abſque numerorum & figura-rum perceptione? Motus cæleſtium corporum, diſtantias & apparentias ſtellarum, earundemque paſſiones & adfectiones, ſi explicare velis: & numeris figuriſque deſtituaris: perinde eſt ac viſu ſi careres, de coloribus iudicares: aut ſurdus cum eſſes, de cantu & harmonia, ſententiam diceres tuam.

Itaque etſi ſint penè innumerabiles rerum mathematicarũ ſpecies, & quaſi formæ, inter ſe diſpares, genere tamen quaſi vno conueniunt: & vno vinculo inter ſe copulatæ. vnde & ſcientiarum concentus vnus eſt. attamen pro rerum hac varietate & diuerſitate: varia & diuerſa quoque hominum literatorum fuerunt ſtudia: & in hac ipſa ſtudiorum diuerſitate, maxima diſſimilitudo. Quod ſi enim hoc mirandum eſt in artibus illis pictorum, ſtatuariorum, & his ſimilium. quanto hoc erit admirabilius in numerorum, figurarum, ſonorum, radiorum viſualiũ, motuum cœleſtium, menſurarum, ponderum,

omnium-

omniumque dimenſionum, vera, exquiſita, & ſubtili cognitione? quæ cum in eadem verſentur numerorum & magnitudinum tractatione: ſummas tamen habent diſſimilitudines: non quidem vt vituperandi ſint, qui hæc tractarunt ſtudia: ſed in diſpari genere laudandi.

Atque id primum in Mechanicis cernere licet: quibus eſt proxima cognatio cum Mathematicis, quã ſint inter ſe Atheneus, Cteſibius, Hierõ Alexandrinus, Heron Mechanicus, diſſimiles: quam etiam ab his diſſimiles Archytas Tarentinus, & Eudoxus Cnidius: quam etiam ſolus Archimedes hos omnes in mechanicis antecellat. omnibus quidẽ par pené laus, in diſſimili genere tribuitur: ſed inter ipſorum ſtudia, atque naturas multum intereſt. Copiam habet Athenæus, & nudam atq; planam inſtrumentorum deſcriptionem, Cteſibius arte excellit: Hierõ Alexandrinus eruditionẽ eam, quæ in mathematicis requiritur: eſt adſequutus: & varietate, cæteros ſuperat. alter

Heron mechanicus ſedulus in delineationibus, demonſtrationes quas Pappus Alexandrinus quærit ſubtiliores negligit. Archytas Tarentinus vt primus mechanicus exilior : at ingenio excellētior : Eudoxus Cnidius, Archyta non inferior ; & multiplici rerum mathematicarum cognitione, optime Inſtructus. Archimedes denique ſummus omniū & multiplici eruditione, & exquiſita doctrina, & ſingulari induſtria ad naturæ vſque perfectionem ferè perueniſſe dicitur. cum nihil reliquerit, quod peruestigare non conatus ſit.

Sed quis horum omnium non princeps fuit ſuis temporibus? & ſuo tamen in genere? nam quo quemq; ſua natura maxime ferre videbatur : eò ſe etiam conferebat: & vt excelleret ſtudebat.

Sed quid ego Mechanicos conquiro; Mathematicos videamus: quorum tria potiſſimū fuiſſe genera exiſtimo. quidam enim non niſi ſubtiliſſimis rerum

con-

cõtẽplationibus dediti, in ocio vixe-rũt literato: alij res ſenſiles & materia-tas cum tractarent: varia ad vitæ vſum, & ad rerum abſtruſarum cognitionem adipiſcendam, & ad voluptatem capiendam, inſtrumenta neceſſaria inuenerunt: ac ſingulari arte & induſtria fecerunt. qui mechanicorum nomen: vt priores mathematicorum ſibi vſurparunt. tandem fuerunt qui in vtroque genere, nobiles & clari extiterunt: eorumque maior fuit copia.

Pythagoras Samius, mathemata omnia ita tractauit: vt ſolis contemplationibus deditus, omnia conſtare numeris & figuris monſtrarit, quæcunque in tota ſunt vniuerſitate: & harmoniam in cœleſtibus motibus commentus ſit. Plato Pythagoram cum in his, tum & alijs ſequutus: mirum in modum mathematica ſtudia auxit, Hippocrates, Chius, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides, Theon, & alij: magno ſtudio, & ſingulari induſtria, Theoretica illa mathemata, ad

στοιχείωσιν cum retuliſſent: ita amplificarunt: vt nihil non peruestigatum ab ipſis ſit: quicquid erat contemplatione & inueſtigatione dignum, quicquid abſtruſum & reconditum: etſi enim in magna (Cicerone teſte) rerũ obſcuritate, & in artibus reconditis, atque multiplicibus, & ſubtilibus verſabantur: nihilominus tamen ita multi perfecti extiterũt mathematici: vt nemo ferè tum temporis his ſtudijs vehemẽtius ſtuduiſſe videatur: quin quod voluerit conſequutus ſit: aliquos ſaltem nominaui, omnes enumerare quot viri excellentes mathematici, quanta denique in his ſtudijs varietate, & copia fuerint: difficillimum mihi eſſet. Mechanicos ſupra aliquos recenſui inter quos admirabili natura, & exquiſita doctrina, induſtria denique nunquã ſatis laudata antecelluit Archimedes. Fuerunt & alij nobiliſs. atque clariſs. viri, qui & mechanici & mathematici fuerunt. Thales Mileſius, Democritus Abderides, Neoclides, Ariſtoteles,

Erato-

Eratoſthenes,&alij quam plurimi:ſubtiliora illa theoremata mathematica, ad vſum & exercitationem traduxerūt.

Sic factum eſt: vt ampliſſima eſſent hæc mathematicorū ſtudia apud Græcos, cæteraſque genteis: & nullum ſæculum fuit, quod non habuerit: in hoc genere doctrinarū diſſimilitudine quadam viros excellēteis. ita vt ſerie quadam mathemata continuata ſint, ad noſtra vſque tempora. Sicut videre licet etiam in hoc Iſaaco Monacho, viro eruditione atque doctrina multiplici ornato, qui ſuo ſeculo non vſque adeo literato: ſcholijs quidem breuibus: attamen eruditione plenis, Euclidea explanauit ſcripta. Videtur hic Iſaacus Monachus, is eſſe: qui Valenti Imperatori Arriano, interitum prædixerat: cum aduerſus Scythas proficiſceretur. vt vt ſit: fuit vir ſummi ingenij, & in erudito geometrarum puluere optime exercitatus. quod quidem non in his ſolum: ſed & alijs ſcriptis patet: quibus & Euclidea & aliorum ſcripta illuſtrat.

Hæ

Hæc vir Nobiliſs. atque omni do-ctrinarum genere Ornatiſs. de mathe-maticorum diuerſis & varijs ſtudijs, atque diſſimilitudine eorumdem: ani-mo cum his diebus agitarem meo, ad te perſcribere volui, quod plurimum te his delectari ſciam: & ſimul vt Iſaa-cum Monachum in tuum patrocini-um ſuciperes rogare: eiq; locum aliquē honeſtum in cœtu & frequentia lite-ratorum: quos reuerenter colis, tribu-ere digneris. neque enim multo eſt ijs quos recenſui inferior eruditione, atque doctrina: eoque nomine mathe-matici nomen tueri poterit. Quæcun-que tractat in his ſcholijs, ea etſi à Pro-clo & Hierone & alijs etiam ſint expli-cata: tamen plurimum iuuant lectio-nem Geometrarum, tam antiquorum, quam recentiorum, ideoq; in ſcholis noſtris ſi prælegantur: eò facilius ado-leſcenteis animos præparabunt ſuos, ad altiora ſtudia mathematica com-prehendenda.

Habes ergo vir nobilitate, prudentia

atque

atque multiplici doctrina Ornatiſsi: ſcholia hæc in Euclidis libros ſex: nec plura hoc tempore ad te mittere potui. Quæ enim reſtant: talia ſunt, vt propter difficultatem rerum, & abſconditum doctrinæ genus, laborem requirant maiorem, & induſtriam ſingularem, atque eruditionem exquiſitam, cuiuſmodi ſunt Hieronis Alexandrini γεωδαιτικὰ, πνευματικὰ, διοπτρικὰ, κλάσματα, βελοποιητικὰ, αὐτοματοποιητικά: quæ ſi ſuum haberent patrocinium, quale habere debebant: tanto non laterent tempore. attamen lucem aliquando videbunt: & vtilitatem eam omnes ex his percipient: quam nunc ne ſentire quidem poſſunt. Tu me meaque ſtudia tueberis & defendes, ijs enim virtutibus heroicis præditus es, quibus vetus & illuſtris Rantzouiorũ familia ſemper floruit, & ob quas etiam inter cæteras, honore & exiſtimatione principem tenet locum: tam ob virtutes bellicas, quam ſummã doctrinam, & eruditionem multiplicem,

atque

atque in homines literatos ſtudium, beneuolentiam atque beneficentiam: Quas familiæ veſtræ laudes: omni ſtudio perſequeris: & æternam memoriam veſtrę ſtirpis nobiliſſimæ illuſtrare conaris. Has tuas virtutes: non ego tantum commemoro: ſed & omnes nobilitate, prudentia, atq; literis ornati, prædicant. v. Cal. Auguſti. 1579. Argentorati.

Cunradus Daſypodius.

ISAACI MONACHI SCHOLIA IN EVCLIdis Elementa Geometriæ.

EVCLIDIS ELEMENTOrum Geometriæ Liber I.

DEFINITIONES.

PVNCTVM *eſt) Vtitur Euclides doctrina ſinthetica, quia non à ſuperficie facit initium: ſed à puncto. Punctum uerò ſi fuerit in linea: tum* πέρας *terminus: ſed in axe, polus: in circulo deniq; nominatur centrum. Ea etiam quæ ſunt & exiſtunt: uel per nomina explicantur, uel per definitiones, aut etiam deſcriptiones: uel deniq; per longiores explicationes.*

Figura) Vno quidem termino continetur circulus, quia una linea circumferentiali clauditur. pluribus autem terminis, reliquæ figuræ utpote trilateræ, quadrilateræ, & multilateræ.

Circulus) in definitione circuli ponitur: intra figuram: propter polum. Polus enim in ſuperficie eadem cum circulo non eſt: ſed extra, & ſublimiore: & ab eo ad circuli circumferentiam ducuntur rectæ lineæ æquales.

Orthogonium) Fieri enim nequit, ut trigonum

aliquod, habeat duos angulos rectos. propterea quod in omni trigono, tres anguli ſint æquales duobus rectis. Eodem modo non poteſt dari trigonum in quo ſint anguli obtuſi, quia duo anguli obtuſi, duobus rectis ſunt maiores.

COMMVNES SENTENTIAE, quæ etiam axiomata à quibuſdam appellantur.

QVæ eidem ſunt æqualia) *Poſtulatis & axiomatibus cõmune hoc eſt: quod nulla indigeant demõſtratione, aut geometrica probatione: ſed ſimpliciter ſumuntur pro ueris, certis, & manifeſtis: deniquę principiorum loco ponuntur.*

Differunt etiam inter ſe, ratione qua theoremata problematibus: ſicuti enim in theoremata uolumus id ſcire & cognoſcere, quod rem conſequitur ſubiectam: & in problemate, efficere aliquid, quod ad faciendum proponitur. Ita etiam in axiomatibus ea ſumuntur quæ per ſe facile intelligi poſſunt: atq; ſua natura nota & manifeſta ſunt: atq; facilem habent apprehenſionem.

In poſtulatis uero eiuſmodi quæſita ſumũtur, quæ facilẽ habẽt effectionẽ, ita ut mens noſtra, noſtræq; cogitationes nõ multũ laborent in taliũ quæſtionem ſumptione, neq; magna eſt delineationis uarietas aut difficultas. Quare cognitio aperta, & indemõſtrabilis:

bilis: & aſſumptio propoſiti absq; demonſtratione: diſtinguunt poſtulata atq; axiomata. ſicuti cognitio per demonſtrationem facta: & quæſtionis ſumptio per delineationem facta: diſcernunt theoremata à problematibus. Quapropter neceſſe eſt ut utrumq; horum Axioma inquam & poſtulatum habeant ſimplicem, & facilem atque comprehenſibilem, & immediatam naturam. Ita tamen ut poſtulatum tanquam factu facile ſumatur, & ſuppeditet nobis uiam efficiendi & inueniendi quandam materiam facilem ad faciendam demonſtrationem. axioma denique ut cognitu facile, & conceſſum atq; affirmatum ſumitur. neq; de materia ut in poſtulatis: ſed de accidente propoſitiones hæ theoreticæ fiunt.

PROPOSITIONES LIBRI primi Elementorum Euclidis.

PROPOSITIO PRIMA.

Problema.

SVPER *data linea recta*) *Scire conuenit Geometriæ theoremata & problemata in ſex diuidi partes. πρότασιν, ἔκθεσιν, διορισμὸν, quem & προδιορισμὸν appellant: κατασκευὴν, ἀπόδειξιν, καὶ συμπέρασμα. hoc eſt. Propoſitionem, Explicationem dati, Explicationem quæſiti, Delineationem, Demonſtrationem & Concluſionem.*

Differt autem problema à theoremate, quod pro-

blema iubet, & facit etiam id quod iubetur: eiuſq́; rei iam factæ demonſtrationem in medium adſert, ſed theorema, demonſtrat accidentia & adfectiones rei ſubiectæ. Vnde etiam in concluſionibus problematum ſubiungitur: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι: quod faciendum erat. at in theorematum concluſionibus additur: ὅπερ ἔδει δεῖξαι. quod ad contemplandum & demonſtrandum erat propoſitum.

Præterea & hoc ſciendum eſt: quod in omni problemate: etiam hæc inueſtiganda ſint: & obſeruanda omni diligentia. λῆμμα, πτῶσις, πόρισμα, ἔνστασις, καὶ ἀπαγωγή. id eſt aſſumptiua propoſitio, Caſus, Corollarium, Inſtantia, & Deductio.

Aſſumptiua quidem propoſitio eſt, quando quærimus an aliquid ſit quod confirmare problema poſsit: illud inquam quod ad delineationem à præceptore eſt ſumptum.

Caſus eſt nihil aliud quam delineationis quædam occaſio. interdum uero fit, ut problemata abſq́; caſu ſint, quæ ἄπτωτα dicuntur. quæ nulla opus habent uarietate delineationis.

Corollarium eſt, quando quærimus utrum in ijs quæ in problemate demonſtrata ſunt, & iam maniſeſtè patent: aliquid aliud ſit, quod appareat.

Inſtantia eſt, quando quærimus, utrum id quod propoſitum eſt: in ſe habeat, aut recipere poſsit, obiectionem aliquam neceſſariam.

Redu-

Reductio deniq; eſt, quando quærimus an fieri poßit, ut propoſitum problema reduci poßit in delineationem alterius problematis.

Propoſitio 7. Super una eademq;) Etſi priora problemata & theoremata: affirmatiuas habuerint propoſitiones: tamen præſens hoc theorema propoſitione utitur negante. Vnde etiam ſequitur reductio ad impoßibile, modus inquam ille ſyllogiſticus. Docet enim Ariſtoteles quod uniuerſale affirmatiuum, maxime ſcientijs conueniat, illisq́; ſit proprium. Nã ſi negatiua fuerit aliqua propoſitio: neceſſe eſt ut ſi demonſtrationem admittere uelit: affirmatione opus habeat. Siquidem ſine affirmatione, neq; fit demonſtratio neq; ſyllogiſmus. eamq; ob cauſam ſcientiarum demonſtrationes: maxima ex parte concluſiones faciunt affirmantes.

1. *Quod autem Euclides proponit ſic. Super una eademq;) id fecit, ne ſuper alia atq; alia recta, duas duabus æquales quis demonſtret. atq; ita fallacia hac aliud ſtatueret quam ij qui una eademque utuntur recta.*

2. *Addit etiam altera alteræ) Et hoc recte: poteſt enim fieri ut quis duas duabus rectis æquales ſimul conſtituat ad aliud atq; aliud punctum: ſuper una eademq; recta linea: non tamen alteram alteræ.*

3. *Hæc quoq; adiunxit. Ex ijſdem partibus) Ne unam rectam faciamus communem baſim duorum*

trigonorum: quorum uertices eſſent oppoſiti. Ita ut alter uertex ex hac, alter ex alia eſſet parte.

4\. *Eaſdem habentes extremitates, cum rectis ab initio propoſitis) quia ſumi poſſunt duo puncta in una eademq; linea recta: à quibus duæ rectæ cõſtituerentur æquales altera alteræ, ad aliud punctum: & non ad id punctum, ad quod reliquæ conſtitutæ eſſent. Ita tamen ut non ex iiſdem extremitatibus eſſent cum prioribus.*

His itaq; omnibus circumſcriptionibus uſus eſt Euclides: & firmam reddidit propoſitionis ueritatem: & demonſtratio ipſa abſq; dubitatione perfecta eſt.

Theorema etiam hoc ab Euclide demonſtratur per reductionem ad impoßibile. & id quod pugnans eſt: contra communem pugnat ſententiam, quæ ſic ſe habet. Totum maius eſt, ſua parte. deinde unum & idem non poteſt eſſe maius, & æquale. Videtur uero hoc theorema eſſe lemma propoſitionis octauæ, quia utile eſt ad faciendam eius demonſtrationem, neque ſimpliciter elementaris propoſitio eſt: neq; ſpeciem elementaris propoſitionis habet. propterea quod huius Theorematis utilitas nõ longe lateq; ſe diffundat.

Propoſitio 8. Si fuerint duo trigona) Scopus huius octauæ propoſitionis eſt. ut propoſitis duobus trigonis, habentibus latera lateribus æqualia & interſe applicatis: angulos inquam habeant æquales,

cos

eos qui ad uerticem ſunt. Cuius quidem æqualitatis cauſa eſſe uidetur: laterum angulos ad uerticem continentium æqualitas: & baſium æqualitas. ſi enim baſeis eſſent inæquales, fieret ut una baſi exiſtente minore, etiam angulus minor fieret: & altera baſi exiſtente maiore: angulus quoq; maior fieret. Neq; lateribus inæqualibus exiſtentibus, & baſibus iiſdem manentibus anguli æquales inuenientur. aut deniq; lateribus æqualibus manentibus & baſibus exiſtentibus inæqualibus. Securius ergo erat dicere baſi æquali exiſtente baſi: & lateribus æqualibus: ſequi etiam angulorum ad uerticem poſitorum æqualitatē.

Hoc etiam theorema conuertitur cum quarto theoremate, quamuis hæc uerba in ambobus ſint hypotheſis: duo latera inquam duobus lateribus eſſe æqualia. ſed baſim eſſe æqualem baſi: in propoſitione quarta eſt quæſitum: in hac uero datum, & angulum angulo eſſe æqualem datum fuit in quarta: hic uero quæſitum. Itaq; ſola datorum & quæſitorum permutatio, facit hanc conuerſionem. Indiget hæc propoſitio ad faciendam demonſtrationem propoſitione ſeptima. quia & illa & hæc per reductionem ad impoßibile demonſtratur, & propoſitio ſeptima indiget quinta, unde etiam merito antepoſitæ ſunt octauæ propoſitioni. neq; ſtatim hæc octaua ſubſequuta eſt quartæ, etiamſi cum ipſa conuertatur, ut iam dictum eſt.

Sciendum deniq; quod ſi anguli trigonorum ad uerticem exiſtentes fuerint æquales: latera etiam hos continentia æqualia ſint: etiam reliqui anguli reliquis æquales erunt. Ideoq; etiam addidit ut in quarta etiam reliquos angulos æquales eſſe.

PROPOSITIO NONA.

Datum angulum rectilineum) Hæc *propoſitio eſt problema: miſcet enim* Euclides *theoremata problematibus, & problemata theorematibus. atq; ſic totam his propoſitionibus perficit elementarem doctrinam. Interdum res ſubiectas inueniendo & cõſequendo: interdum etiam accidentia rerum contemplando. Cum itaq; demonſtraſſet per præcedentia in trigonis, laterũ æqualitatem ſubſequi angulorum æqualitatem. & econuerſo æqualitatem angulorum, ſequi laterum æqualitatem. tranſit ad problemata: & proponit atq; iubet in hoc problemate: datũ angulum rectilineum in duas æquales partes ſecare.*

Quia uero angulus uarijs modis dari poteſt. ut pote datur poſitione, quando dicimus ad datam rectam: & ad datum in ea punctũ, angulum conſtituere. Da*tur deinde ſpecie: ut ſi datur angulus rectus, aut acutus, aut obtuſus. Vel deniq; uniuerſaliter, angulus aut rectilineus, aut circumferentialis, aut mixtus.* D*atur etiam ratione; quando dicimus duplum huius uel triplum, aut in genere maiorem uel minorem. Po-*

ſtremo

ſtremo angulus datur magnitudine, ut ſi angulus tertia recti pars aut dimidia detur.

Angulus in hoc problemate, ſola ſpecie datur. cum dicit angulum rectilineum ſecare δίχα. Vtitur au*tem in hoc problemate, ad delineationem faciendam poſtulato uno, & problemate primo atq; tertio, ad demonſtrationem perficiendam ſola propoſitione octaua. quia & illa demonſtratur per reductionem ad abſurdum ut & hæc.*

PROPOSITIO DECIMA.

D*Atam lineam rectā*) Decima *hæc propoſitio etiam eſt problema: proponens lineam rectam finitam: quæ in duas partes æquales ſit ſecanda. neq; enim finiri & terminari poteſt recta, ex utraq; parte infinita: neq; ea quæ ex altera parte tantum finita eſt. nam quacunq; ex parte ſumeretur punctum aliquod: tum in partes inæquales fieret ſectio. propterea quod una eius pars in infinitum eſſet protracta. reliquum itaq; eſt, ut ex utraq; parte recta finita ſumatur: quæ in duas eſt ſecanda partes æquales.*

Vtitur Euclides *ad delineationem huius problematis propoſitione prima, & nona: ad demonſtrationem ſola quarta: nam per angulos æquales, demonſtrat baſium æqualitatem.*

PROPOSITIO VNDECIMA.

Datæ lineæ rectæ) Et *hæc propoſitio problematica eſt.* Nam *in hac facit angulos contiguos rectos: conſtituendo rectam ſuper recta.* Siue *ergo ex utraq; parte finitam faciamus rectam: ſiue infinitam ſiue una ex parte finitam: procedet huius problematis delineatio. quod ſi enim in extremitatibus datæ lineæ rectæ, recta erigatur: protracta linea recta, atq; longiore facta: eadem efficiemus.*

Manifeſtum *uero eſt quod punctum in hoc problemate poſitione ſit datum: nempe in ipſa linea recta.* Recta *autem linea unico modo data eſt ſpecie: cum nulla exprimatur poſitio nec magnitudo, nec ratio,* Vtitur *in delineatione propoſitionibus prima & tertia: & uno poſtulato.* Demonſtratio *conſtat ex propoſitione: octaua: & una definitione.*

PROPOSITIO DVO-decima.

Ad rectam lineam datam infinitam) Etiam *in hoc problemate* Euclides *conſtituit rectã lineã ſuper recta ad angulos rectos erigere: ſed antiqua appellatione nominat cathetum perpendicularem: ſecundum gnomonem: unde etiam gnomon ad angulos rectos eſt, plano ſubiecto.* Differunt *enim ſola habitudine*

dine recta ad angulos rectos ducta: & recta perpendicularis: cum tamen ratione ſubiecti, non differant.

Eſt autem perpendicularis duplex: una quidem plana, altera uero ſolida. quarum plana ducitur ad rectam: ſolida autem ducitur ad planum. Vnde neceſſe eſt: ut hæc non ad unam tantum lineam rectam angulos faciat rectos ſed ad omnes quotquot in plano ſubiecto deſcribuntur, & ducuntur, atq; ſeſe ſecant in puncto, in quod perpendicularis cadit.

Attamen Euclides in hoc problemate tantum perpendicularem planam, ducere uult. atqui in undecima propoſitione, poſtquam in ipſa recta ſumptum fuit punctum à quo recta fuit erigenda ad angulos rectos: nullo modo infinitum requirebat. In hac uero propoſitione, quia punctum extra lineam rectam datam ſumitur: proponit eam infinitam. Nam ſi eſſet finita, forſitan contingeret: perpendicularem à puncto dato ductam: extra datam lineam rectam cadere. ita ut problema hoc ſibi non conſtaret.

Sciendum autem, quod in ſenſilibus rebus, nulla ſit magnitudo infinita: quæ & quantacunq; etiam eſſe poßit diſtantia, aut quodcunque interuallum. Sicuti Ariſtoteles, & qui eius ſectati ſunt doctrinam, demonſtrant. neq; enim cœlum quod mouetur infinitum eſſe dicemus: nec etiam alia ſimplicia corpora. unumquodq; enim corpus locum ſuum finitum habet. Reliquum ergo eſt ut infinitum ſtatuatur in i-

magi-

maginatione. non autem in cogitatione. ſimul enim dum cogitamus de infinito: formam & terminum accipimus. ipſaq; cogitatione, imaginationis conſtituitur excurſus. cumq; uariat. manente aūt imaginatione, id quod animo conceptum eſt, indefinitū permanet, & tanquam nullas partes habens, & mente incomprehenſibile. Illud inquam in infinitum eſſe relinquitur. Vt enim uiſus cognoſcit, tenebras non uidendo: ſic etiam imaginatio, non cogitando, infinitum determinat. Id enim quod tanquam incomprehenſibile relinquit: appellatur infinitum.

Quapropter cum petimus datam lineam infinitam: imaginatione ſola hoc facimus: ut & alias ſpecies geometriæ hoc modo infinitas ponimus: trigona inquam, circulos, angulos, lineas. unde mirari deſinamus, qua ratione fiat: ut actu recta linea ſit infinita.

PROPOSITIO DECIMA tertia.

SI recta ſuper recta conſtituta) Hæc decimatertia propoſitio eſt theorema: non enim docet quomodo faciendi ſint anguli recti, uel obtuſi, uel acuti. id quod proprium problematum. ſed angulos iam conſtitutos ſuper aliqua recta ſumit: & demonſtrat eos eſſe uel duos rectos, uel duobus rectis æquales. Conſequens enim fuit ut demonſtratis ijs quæ in proble-

mati-

matibus fuerunt propoſita : tranſiret ad theoremata.

Quia etiam in propoſitione duodecima, ducta fuit perpendicularis in rectam ſubiectam : quæ angulos contiguos facit rectos : proximum erat quærere quod ſi non fuerit perpendiculariter ducta : quales nam faciet angulos : & quomodo ſe habeat recta ſuper altera conſtituta ad ſubiectam rectam.

Vniuerſaliter ergo demonſtrat, quod omnis recta ſuper alia recta conſtituta : ita ut angulos faciat. ſi in neutram partem declinauerit & erecta fuerit normaliter : duos inquam angulos rectos faciet. ſed ſi in alteram partem magis inclinauerit : ab altera parte plus diſtiterit : duobus rectis æquales angulos faciet. Quantum enim ab una parte recedit ab angulo recto : tantum adijcit reliquo, ſuo exceſſu.

Non uero ſimpliciter dixit recta ſuper recta ſtans : angulos facit duos rectos, uel duobus rectis æquales : ſed adiecit : ſi angulos fecerit. Nam recta ſi ad extremitatem rectæ ſubiectæ fuerit conſtituta : angulum quidem ſed non angulos faciet. itaq; fieri nequit ut unus angulus duobus rectis æqualis ſit. Omnis enim angulus rectilineus, etiam ualde obliquus : minor eſt duobus rectis : ſicuti omnis angulus ſolidus quatuor rectis minor eſt. etiam ſi ſumpſeris angulum obliquiſſimum : tamen menſuram duorum rectorum angulorum nunquam adſequetur. Quapropter,

propterea ſic collocanda eſt recta ſuper recta: ut angulos faciat.

PROPOSITIO DECIMA quarta.

SI *ad rectam lineam)* Decima *quarta propoſitio etiã theorema eſt: et conuertitur cũ decima tertia. quia ſemper theoremata conuerſa: ſequuntur ſua theoremata antecedentia, cum quibus conuertuntur in quibus unum eſt datum. nam ſi plura fuerint data: ſepe numero multis alijs interpoſitis poſt antecedentem propoſitionem conuerſa tandem ſequitur: ut ſupra in quarta & octaua factum fuiſſe oſtendimus.*

Poſt*quam ergo in præcedenti theoremate demonſtrauit: quod recta ſuper recta ſtans, ſi angulos fecerit: uel duos faciat rectos, uel duobus rectis æquales. nunc demonſtrat quod ſi ad rectam quandam, duæ rectæ poſitæ fuerint: hæc & hæc fecerunt: ut ipſa habet propoſitio: quapropter id quod in altero fuit datum: in altero eſt quæſitum.* Demonſtratur *etiam per reductionem ad impoßibile. hac enim demonſtrandi ratione: gaudent conuerſæ propoſitiones.*

Digna *etiam eſt admiratione, certitudo hæc ſcientiarum. poſtquam enim dixiſſet.* Si *ad rectam aliquam, adiecit & illud & ad punctum quod in ea eſt. ut ſcilicet rectæ illæ ab uno ſint ductæ puncto. quod ſi enim ex duobus punctis extremis datæ rectæ, aliæ*

duæ

duæ fuerint ductæ: tum non è directo poſitæ erunt inter ſe.

Poſtea addidit & illud ἑξῆς *continue, quaſi dicat: inter quas nihil aliud ſimile interpoſitum eſt. ſicuti columnas contiguas nominamus: inter quas nulla alia media poſita eſt: etiamſi aër interponatur: attamen aer non eſt eiuſdem cum columna generis, ideoque non dicitur columnæ contiguus.*

Præterea adiecit & hoc, non in eaſdem partes ductæ) Negatione oſtendens, quod in utramque partem ſint ducendæ lineæ rectæ, & ponendæ. tales enim poterunt, angulos contiguos duobus rectis æquales facere: & è directo poſitæ eſſe demonſtrari. Nam ſi ex iiſdem partibus fuerint poſitæ: non è directo erunt ſitæ: etiamſi duobus rectis æquales angulos faciant. atque hæc de hac propoſitione.

In delineatione uero utitur ſecundo poſtulato. & in demonſtratione, præcedenti theoremate & duobus axiomatibus: ſecundo & tertio. atque ad reductionem ad abſurdum faciendam: ſumit hoc axioma. Totum eſt maius ſua parte: ſed & æqualis: quod fieri nequit.

Quare rectæ illæ lineæ ſunt ducendæ in utramque partem quæ faciant duos angulos duobus rectis æquales: ab uno ductæ puncto: & una in hanc altera in alteram protracta partem: è directo collocabuntur.

PRO-

PROPOSITIO DECIMA quinta.

SI *duæ lineæ rectæ*) *Sciendum quod anguli ad uerticem, differant ab angulis contiguis. quia anguli contigui ſunt inter ſe uicini: nec alium interpoſitũ angulum habent. ſed anguli ad uerticem unum intermedium relinquunt. præterea anguli contigui ſeu uicini fiunt: quando recta ſuper recta fuerit conſtituta: anguli uero ad uerticem: fiunt recta linea alteram ſecante. uel rectis ſeſe mutuo ſecantibus.*

Appellantur autem anguli ad uerticem, quia uertices habent in unum idemq; punctum tendentes.

Hoc theorema non habet omnes partes & omnia capita, quæ ſupra enumeraui. deeſt enim delineatio.

Quod autem ſub finem theorematis ſubijcitur: Ex *hoc manifeſtum fit, &c. eſt poriſma, ſeu corollariũ.*

Corollarium eſt, uocabulum geometricum, docet uero hoc uocabulum nos, quod in theoremate, quæſtione quadam facta, eaque demonſtrata: ſimul aliud quid apparet quod non erat propoſitum in quæſtione, ut demonſtraretur. Sicuti apparet in hoc præſenti. Quæſtio enim erat utrum anguli ad uerticem ſint inter ſe æquales: ſi duæ rectæ ſeſe mutuo ſecant: quod cum eſſet demonſtrandum: peracta demonſtratione: ſimul fuit demonſtratum: quatuor angulos, æquales eſſe quatuor angulis rectis.

Eſt

Eſt igitur poriſma, theorema quod per alterius theorematis demonſtrationem: & ipſum quoq; ſimul demonſtratur. uidemur enim quodam caſu quaſi in ipſa incidere poriſmata. quia nec uolentibus, nec inueſtigantibus, nobis obuiā fiunt poriſmata. Fœcunda itaq; huius ſcientiæ natura & uis, profert et generat huiuſmodi poriſmata: ex antecedentibus demonſtrationibus: & declarat abundantiam illam theorematum, quæ in his eſt ſcientijs.

Sunt autem quædam poriſmata geometrica, ut hæc & alia plura. quædam arithmetica, cuiuſmodi lib. 7. propoſitione ſecunda habemus poriſma arithmeticum.

PROPOSITIO DECIMA ſexta.

IN *omni trigono*) *Hæc decima ſexta eſt theorema: et nos docet, quod ſi in quouis trigono unū latus protraxeris: angulū qui extra trigonū conſtituetur, inuenies maiorem, angulo interno oppoſito. Neceſſe fuit, ut hunc conferret cum angulis oppoſitis: non autem cum angulo contiguo, qui ei eſt interne iuxta poſitus. Is enim poteſt angulo externo eſſe æqualis, & eo minor. Nam ſi fuerit trigonum orthogonium, atq; unum latus eorum quæ angulum rectum continent protractum fuerit: tum internus & uicinus angulus: externo erit æqualis. ſi uero amblygonium ſit:*

externus minor erit interno contiguo. quapropter inquit angulis internis oppoſitis maior erit. quia in propoſitionibus ſequentibus demonſtrabit hunc angulum duobus æqualem. & angulos duobus rectis minores: deniq; tres angulos duobus rectis æquales Habemus itaq; uiam & methodum in his, qua ratione generationes rerum nobis in cõſpectum adferant, ueras quæſtionum cauſas.

PROPOSITIO DECIMA ſeptima.

IN omni trigono) *Indefinite in hoc theoremate decimo ſeptimo demonſtrat: quod duo anguli quouis modo ſumpti in trigono: ſint duobus rectis minores. ſed in ſequentibus definitiue docebit: quanto ſint minores: ſcilicet reliquo trigoni angulo. ſiquidem tres ſunt duobus rectis æquales. unde duo ſunt reliquo minores duobus rectis.*

PROPOSITIO DECIMA octaua.

IN omni trigono) *Per quintum & ſextum theorema: didicimus quod laterum æqualitas efficiat angulorum æqualitatem quos latera æqualia ſubtendunt. & uiciſſim angulorum æqualitas: efficiat laterum ſubtendentium æqualitatem.*

In hoc uero theoremate docet: quod inæqualita-

tem

tem laterum, conſequatur angulorum quos latera inæqualia ſubtendunt inæqualitas. & conuerſum demonſtrat, in theoremate ſequenti: nempe quod inæqualitatibus angulorum, ſubſequantur laterum ſubtendētium inæqualitas demonſtrata fuit duabus propoſitionibus idq; per conuerſionem eſt factum: Ita etiam inæqualitas horum, duobus theorematibus per conuerſionem demonſtratur.

AEqualitas itaq; angulorum & laterum conueniebat æquilateris & æquicruris trigonis: inæqualitas uero Scalenis & æquicruris. uerum in ſcalenis trigonis, diuidemus maximum latus, & faciemus trigonum æquicrurum, atq; inæqualitatem angulorum demonſtrabimus.

PROPOSITIO DECIMA nona.

IN omni trigono) Hæc conuertitur cum præcedenti propoſitione.

PROPOSITIO VICESIMA.

IN omni trigono) Hoc theorema Epicuræi ſolent irridere. aiunt enim hoc etiam Aſino eſſe omnino notum. nec ulla indigere delineatione. Dicimus ergo quod hoc theorema quoad ſenſum uideatur notum & manifeſtum eſſe, ſed ea ratione manifeſtum ut notum ſit modo quodam ſcientijs conuenienti. Vt ignem calefacere, ſenſibus eſt manifeſtum: ſed quomo-

do & quibus de cauſis calefaciat, incorporali potentia, aut ſectionibus corporeis, partibus ſphæricis, uel pyramidalibus, hoc inquam tantum ſcientiarum eſt officium: ut explicent & demonſtrent.

PROPOSITIO VICESIma prima.

SI *in trigono*) Hoc *theorema demonſtratur per duo theoremata uiceſimum, & decimumſextum.* Nam *ut demonſtret, rectas duas intra trigonum conſtitutas eſſe minores, quam quæ latera trigoni ſunt exteriora*: *indiget* 20. *propoſitione. in qua demonſtratur duo latera reliquo maiora eſſe.* Verum *ad faciendam demonſtrationem eius quod angulum comprehendant maiorem: aſſumit* 16 *propoſitionem. in qua demonſtratum fuit, quod in omni trigono uno latere producto angulus externus angulo interno oppoſito ſit maior.*

Neceſſe *tamen fuit* Euclidi *addere hæc uerba: ab extremitatibus ipſius baſis interne conſtituendas eſſe duas rectas, non autem à partibus aliquibus ipſius baſis: quia rectæ quæ ab extremitatibus baſis non ducuntur: ſed à partibus eius aliquibus: etiam continere poſſunt angulo externo æqualem uel minorem angulum.*

PROPOSITIO VICESIma ſecunda.

Ex tribus rectis lineis) In 22. problemate, iubet Euclides conſtituere trigonum ex tribus lineis rectis, quæ datis tribus rectis ſint æquales, ſingulæ ſigulis, una uni. & addit diſtinctionem, non ſimpliciter dandas eſſe rectas lineas: ſed neceſſe eſt inquit, ut duæ ſint maiores tertia: quouis modo ſumptæ. propterea quod in omni trigono duo latera ſint maiora tertio. ideoq; & hoc in loco niſi duo latera ſint tertio maioiora: non conſtituetur trigonum.

Hoc autem problema eſt ex numero definitorum problematum, & nõ indefinitorum: ut enim ſunt theoremata definita & indefinita: Ita etiam ſunt problemata duplicia. Nam ſi ſic dicimus, Ex tribus rectis quæ datis rectis ſunt æquales: trigonum conſtituere: indefinitum problema eſt, & hoc quod proponitur, nequit fieri. quod ſi uero addamus, duas debere eſſe tertia maiores: etſi quouis modo ſumantur: duæ ex his tribus. id quod ipſa ſumptio oſtendet: tum fit problema definitum: & poterit fieri talis trigoni conſtitutio.

PROPOSITIO VICESIma tertia.

Ad datam rectam) Si utemur delineatione propoſitionis præcedentis, nulla diligenti habita cautione: tum inuenietur quidem angulus æqualis, uerum non ad datum punctum: ſed uel ad alterum ex-

tremum, uel ad communem ſectionem circulorum. Quare ne hoc fiat, neceſſe eſt ut propoſitam lineam rectam faciamus unam ex illis quæ angulum continent: alteram uero efficiamus unam ex continentibus angulum ad quas partes datum punctum poſitũ eſt. Eudemus *in ſua hiſtoria geometrarum ait,* Oenopidem *hoc problema inueniſſe.*

PROPOSITIO VICESIma quarta.

SI *duo trigona)* In 22 *theoremate cum uerſetur* Euclides *demonſtrat inæqualitatem trigonorum: ſicuti ſuperius idem fecit in demonſtratione æqualitatis.* Duo *enim trigona proponit, quæ duo latera duobus lateribus habent æqualia alterum alteri: angulum inquam ad uerticem, æqualem angulo ad uerticem poſito: præſupponit: & quoq; inæqualem. & demonſtrauit æqualitatem angulorum conſequi baſium æqualitatem: & econtra, æqualitatem baſium conſequi angulorum ad uerticem poſitorum æqualitatem atq; hoc facit in utriſq; propoſitionibus.*

Hoc *uero theorema opponitur quarto theoremati, nam in quarto proponit angulos ad uerticem eſſe æquales: in hoc uero theoremate inæquales. præterea in illa demonſtrat per æqualitatem angulorum ad uertices poſitorum, etiam baſium æqualitatem cõſequi: in hoc uero contrarium, niſi quod eadem ſit ſi-*

militu-

militudo. quia per inæqualitatem angulorum ad uerticem poſitorum: demonſtrat inæqualitatem baſium.

Quapropter duas copulationes, ſeu coniūctiones propoſitionum aut theorematum Euclides *nobis pro ponit, in trigonorum demonſtratione, quæ ſibimet ſunt oppoſitæ: in æqualitatis conſideratione, atque inæqualitatis contemplatione atq; copula quidem æqualitatis continet in ſe quartum & octauum theorema. copula uero inæqualitatis hoc præſens theorema & idquod ſtatim ſequitur: & cum hoc præſenti conuertitur.* Commune *uero eſt in his quatuor theorematibus, quod duo latera, duobus lateribus ſint æqualia, alterum alteri, ſi enim eſſent inæqualia: ſuperflua & falſa eſſet omnis quæſtio.*

PROPOSITIO VICESIma ſeptima.

SI *in duas rectas*) Poſt *doctrinam trigonorum ut docebat in elementari inſtitutione: tranſit ad parallelogrammorum præceptionem. & quia fieri non poterat, ut aliquid diceretur de parallelogrammis: niſi prius ſeorſim de rectis æquidi ſtantibus aliquid præciperetur : idcirco prius ea quæ parallelis rectis accidunt proponit. & ex omnibus accidentibus, quæ parallelis rectis eueniunt: tantum tria*

proponit. quia ex his reliqua facile poſſunt cognoſci. Id quod hoc modo accipiendum eſt. Anguli uel ſunt ex iiſdem partibus: uel non ex iiſdem ſunt partibus. quod ſi fuerint ex iiſdem partibus: uel extra ſunt ambo: uel ambo intra: uel deniq; alter extra, alter intra. Rurſus ſi ex iiſdem partibus non fuerint, eodem modo hæc ſunt conſideranda. Vnde ſequitur quod cum ſex modis accipiantur æquidiſtantium linearum rectarum accidentia: tria tantum Euclides abſoluerit: unum quidem accidens quod non ex iiſdẽ ſit partibus: duo uero quæ ex iiſdem fiunt partibus.

Ex iis qui ex iiſdem partibus non ſunt: & tantum interne ſumuntur, ἐναλλὰξ permutatos uocat: qui uero ex iiſdem ſunt partibus: & ambo interne accipiuntur: duobus rectis æquales. deniq; externum interno æqualem eſſe debere.

Nos itaq; dicimus quod eadem conſequantur tres reliquas hypotheſeis. Sint enim duo anguli ex iiſdẽ partibus externi ambo anguli θεβ. & δζκ. Dico quod hi duo anguli ſint æquales duobus rectis. Nam ſi angulus δζκ̃ æqualis eſt angulo ζεβ; & anguli ζεβ, θεβ duobus rectis æquales ſunt: tũ etiam anguli δζκ, θεβ duobus rectis æquales erunt. Eodẽ modo demonſtrabimus: ſi ex iiſdem partibus anguli iſti non fuerint: & unus angulus internus alter externus ſit: quod duobus rectis ſint æquales. deniq; & tertium demonſtrabimus, ſi ambo externi fuerint, & non ex

iiſdem

ijſdē partibus: quod æquales ſint. quia illi ſunt ijdē cū angulis ad uerticem, & æquales illis per 15. qui uero ad uerticem ponuntur ſunt permutati. Ergo *æquales.*

PROPOSITIO TRICESIMA.

Q*Væ eidem lineæ rectæ)* Hoc non *in omnibus fit modis: quia ea quæ eiuſdem ſunt dupla: non etiam inter ſe ſunt dupla. uidetur autem in ijs tantum habere locum: quæ inter ſe conuertuntur. ut quæ æqualitatis, aut ſimilitudinis ſunt: & in rectis æquedi-ſtantibus.*

PROPOSITIO TRICESIMA prima.

P*Er datum punctum)* Non *eſt idem ſi dicimus per punctum datum: & à dato puncto.* Nam *quando punctum eſt principium lineæ rectæ ducendæ: tum linea recta à puncto ducta dicitur. & propterea à puncto fit deſcriptio. quando uero punctum in ipſa eſt linea recta: per datū punctū deſcribitur ideoq; deſcriptio rectæ lineæ dicitur eſſe facta per punctū.* Nō *enim dicitur per pūctum ac ſi linea recta punctum ſecaret: ſed quod recta illa in punctum incidat: & diſtinguat ſuummet interuallum, ſuamq; diſtantiam. quam habet æquidiſtans recta, inter illam quæ poſita eſt & quæ ducenda proponitur.*

V*idetur etiam hoc theorema, proponere geneſim*

parallelorum. uerum obſeruare conuenit propoſitionum differentiam. Nam perpendicularis à puncto, æquidiſtans uero per punctum ducitur & ſicuti non poteramus duas perpendiculares ducere ab uno eodemq; puncto: Ita etiam non poſſumus duas æquidiſtanteis per unum punctum ducere. demonſtratur uero per præcedentem. Nam æquidiſtantes erunt, quæ inter ſe non concurrunt.

PROPOSITIO TRICESIſima ſecunda.

IN *omni trigono) In hoc theoremate explicat duo ſuperiora theoremata decimumſextum et decimum ſeptimum. non enim quod angulus externus angulis internis oppoſitis ſit maior demonſtrat: ſed & quanto ſit maior oſtendit nempe altero oppoſitorum. deinde non tantum quod duo anguli in trigono ſint duobus rectis minores: ſed quod reliquo angulo interno minores ſint. Quia tres anguli in trigono: ſunt duobus rectis æquales. Nam cognitio noſtra ab imperfecto, ſolet ire ad perfectum. ideoque ſcientia eodem modo ex indefinitis procedens obiectis: ad definitas & irrefutabiles propreditur doctrinas. Quapropter ea quæ deficiebant in 16. & 17. theoremate: ea nunc addit ut ſupra quoq; dictum eſt.*

PRO-

PROPOSITIO TRICE- ſima tertia.

REctæ quæ æquales &) Hoc theorema ſimplicem parallelogrammorum generationem tradit: fiunt enim parallelogramma, ex parallelis rectis lineis: & ex ijs quæ has coniungunt.

Verum diligenter obſeruandum eſt propoſitionis certitudo, & exacta eius ratio: quod quidem non ſimpliciter dixerit recta quæ æquales rectas coniunxerit: & ipſæ æquales ſunt. ſed adiecit & illud (æquidiſtantes) Ideoq; non per omnia fit, ut rectæ quæ æquales rectas coniungunt: etiam ipſæ æquales ſint. ut in trigono æquilatero, et æquicruro. non enim quæ medio coniungit latera duo, eſt æqualis baſi. Quapropter oportet ut etiam ſint æquidiſtantes, rectæ illæ quæ dantur. Ita ut rectæ quæ dantur. Ita rectæ quæ has coniungunt eodem modo ſint æquales & æquidiſtanteis.

Recte etiam Euclides addidit, coniunctionem illam debere fieri in rectis æqualibus & æquidiſtantibus, ex partibus ijſdem quod ſi enim non ex ijſdem partibus eas coniunxerint: ſed diagonales fuerint: erunt quidem hæ inter ſe æquales: non autem æquidiſtantes: ſed in medio ſeſe ſecantes.

PROPOSITIO TRICE- ſima quarta.

PAral-

Parallelogrammorum) Cum præſenti theoremate conuertuntur. Quarumcunq; quadrilaterarum figurarũ latera oppoſita ſunt æqualia. uel quarumcunq; quadrilaterarum figurarum anguli oppoſiti ſunt æquales: etiam illæ quadrilateræ figuræ: ſunt parallelogramma: deniq; quarum figurarum quadrilaterarum diagonales coniunctæ in duas partes æquales, ſecant ipſas figuras quadrilateras: illæ etiam ſunt parallelogramma.

PROPOSITIO TRICESIma quinta.

Parallelogramma) Hoc theorema numeratur quoq; inter illa quæ in ſe continent ea quæ contra hominum ſunt opinionem: & difficile conceduntur. Videtur enim plurimis abſurdum eſſe: ſi longitudo multiplicetur: non tollat æqualitatem, eadem baſi manente. quantum enim æquidiſtanteis protrahuntur: tantum etiam alterum parallelogrammum augetur.

Sciendum tamen quod angulorum æqualitas & inæqualitas, plurimum poßint. quo enim inæqualiores fecerimus angulos: eò etiam minorem reddimus aream: tum ſcilicet quando eadem manet latitudo.

Sicuti ſunt theoremata quædam ſimplicia, quædam compoſita, & hæc uel uniuerſalia, uel particularia: Ita quoq; quædam ſunt localia, quædam uero localia non ſunt. Vocantur autem localia: in quibus unum

unum & idem accidens uniuerſo loco accidit. Locus autem eſt poſitio quædam lineæ aut ſuperficiei: quæ unum & idem accidens efficit.

Localia etiam theoremata, nonnulla ſunt ad lineas conſtituta: alia uero ad ſuperficies. atq; ex his ſuperficiebus aliæ ſunt planæ, aliæ ſolidæ. planæ quidem in quibus ſimplex eſt notio in ſuperficie plana: ſolidæ autem, quarũ generatio fit ex quadam ſectione alicuius figuræ ſolidæ. ut helicæ circa cylindrum, & lineæ conicæ.

Localia etiam circa lineas, quædam habent locum planum, quædam ſolidum.

Theorema itaque hoc 35. eſt locale, & planum. nam quod inter omnia parallelogramma eſt: id dicetur locus parallelogrammorum conſtitutorum ſuper una baſi. quæ etiã Euclides demonſtrat eſſe æqualia.

Quare hoc theorema eſt omnium primum locale theorema: ſunt & ſequentia localia præterquam quod ſcire oporteat cum Euclides de rectilineis agat figuris hoc in loco: eſſe localia plana ad lineas rectas. in tertio uero libro ubi agit de circulis & circulorum accidentibus: tradit localia ad circumferentias. Sicut eſt in libro tertio propoſitio iſta. Anguli in eodem conſtituti ſegmento: ſunt inter ſe æquales: & altera. Anguli in ſegmento ſunt recti. Quoniam multi anguli imò infiniti cum conſtituantur ad circumferentiam: ſuper una eademq; baſi. omnes demonſtran-

ſtran-

ſtrantur eſſe æquales denique ſunt quoq; figuræ iſtæ proportionales trigonis parallelogrammis ſuper una eademq; baſi conſtitutis.

Verum cum ante hac nullam trapeziorum fecerit mentionem: primo loco nominat Trapezia de quibus inter principia nomina ſunt relata. Sunt autem Trapezia, quæ ſunt quidem figuræ quadrilateræ, nō autem parallelogramma. Quia figuræ quæ latera oppoſita, non habent æqualia: & angulos oppoſitos inæquales: egrediuntur ordinem parallelogrammorum.

Cum uero ſint duæ ſpecies Trapeziorum: Ita ut alia trapezia habeant tantum duo latera parallela ſeu æquidiſtantia: Verum inæqualia: alia uero æqualia quidē: ſed nō æquidiſtātia: in hac præſenti delineatione ſumit duo latera æquidiſtantia: ſed inæqualia, ut ſunt latus αβ: & latus δη.

PROPOSITIO TRICESIMA ſexta.

PArallelogramma) Siue diſtent inter ſe baſeis, ſiue ex parte aliqua communionem habeant: ſiue uno latere fuerint coniuncta duo parallelogramma: tum unum & idem demonſtrabitur.

Obſeruandum tamen eſt, quod in polygonis parallelogrammis hoc non fiat. quia non omnia ſunt æquilatera: ſed ſi æquilatera fuerint: conſequetur hoc, ut quæ ſuper baſibus æqualibus conſtituuntur: inter ſe

conſe-

conferantur. & ſi dimidia alterius latera fuerint alterius homologis lateribus æqualia erunt: inæqualia uero: cum ſe ita non habebunt.

PROPOSITIO TRICESIma ſeptima.

T*Rigona ſuper eadem baſi conſtituta) & hoc theorema locale eſt; & uides quod non ſolum parallelogrammis hoc inſit: uerum etiam trigonis, circulis, & cylindris, & conis applicetur. deniq; pariter ſolidis figuris: quæcunq; exiſtentes ſub eadem altitudine: baſeis habent æquales: liber uero hic primus magis eſt uniuerſalis quam ſextus: Cum hoc theoremate duo conuertuntur. quod ſtatim ſubſequitur & quod habet in ſe hoc. Trigona æqualia, & trigona ſuper eadem baſi exiſtentia: poſtea alterum quæ æqualia ſunt & inter eaſdem æquidiſtantis lineas rectas: uel eſſe ſuper una eademq; baſi: uel ſuper baſibus æqualibus.*

PROPOSITIO TRICESIma octaua.

T*Rigona ſuper baſibus) Præcedens theorema, eaſdem ſumit baſeis: hoc uero æquales non autem eaſdem baſeis. commune tamen ipſis eſt, quod parallelogramma conſtituantur inter eaſdem lineas rectas æquediſtantes.*

Neceſſe

Neceſſe igitur eſt ut parallelogramma & trigona, neq; ulterius & extra lineas æquidiſtantes: neq; intra eaſdem. nam parallelogramma dicuntur in ijſdem eſſe lineis rectis æquidiſtantibus. quando baſeis ipſarum & latera his oppoſita: ijſdem rectis æquidiſtantibus applicatæ conueniunt.

PROPOSITIO TRICEſima nona.

TRigona æqualia) Recte Euclides addidit, ex ijſdem partibus. Fieri enim poteſt ut accipiamus ſuper una baſi trigona æqualia: non autem ex ijſdem partibus: ſed ex altera parte: Ita ut non ſint inter eaſdem æquidiſtantes rectas lineas, neq; enim ſunt ſub eadem altitudine.

Sciendum etiam eſt quod cum ſit triplex theorematum conuerſio: dum uel totum cum toto conuertitur: ut decimum octauum & decimum nonum theorema, uel cum parte, ut ſextum & quintum theorema: uel pars cum parte. ut quartum & octauum neq; enim totum datum in altero eſt quæſitum: uel etiam quæſitum datum. Illa ipſa obſeruanda eſſe in his de trigonis theorematibus quæſitum trigona eſſe æqualia. atqui hæc non ſolum datū eſt in his propoſitionibus præſentibus: uerum etiam pars aliqua adſumitur de ijs quæ in illis propoſita fuerunt: quia ſuper baſibus ijſdem, & baſibus æqualibus conſtitui datum eſt in his & in illis. adiecit tamen aliquid illorū

hypo=

hypotheſibus: quod neq; quæſitum, neque datum in ipſis fuit: nam ex iiſdem partibus, aliunde & extra adſumitur.

PROPOSITIO QVADRAGEſima prima.

SI parallelogrammorũ.) Et hoc quadrageſimum primum theorema locale eſt. Et *cum* Euclides *antea ſeorſim de trigonis, & ſeorſim de parallelogrammis egiſſet: in hoc loco miſcet conſtitutiones parallelogrammorum, & trigonorum: ſub eadem altitudine exiſtentium.* Simul *enim utraq; ſumens: demonſtrat & contemplatur: quomodo illa erga ſeſe mutuò habeant. quod ſi ſeorſim parallelogramma ſint, & ſeorſim etiam ponantur trigona, æqualitatis conſtabit ueritas. quia demõſtrauit quod quæ ſuper baſibus æqualibus, uel iiſdem: & inter eaſdem æquidiſtantes rectas collocantur: ſint æqualia inter ſe: parallelogramma parallelogrammis, & trigona trigonis. ſed in hoc theoremate in quo confert parallelogrammum cum trigono: inæqualitatis ratio apparet. & eſt primus modus inæqualium. hoc eſt ratio duplorũ. nam demonſtrat quod parallelogrammum, ſit duplum trigoni: ſi eadem fuerit baſis, & eadem altitudo.*

Notandum *etiam quod cum ſint duo caſus in hoc præſtanti theoremate utpote, eadem exiſtente baſi;*

& parallelogrammi & trigoni: neceſſe eſt ut trigonum habeat uerticem ſuum, uel intra parallelogrammum, uel extra: tamen Euclides *alterum caſum tantum accepit: & utitur eo caſu quo extra parallelogrammum cadit uertex trigoni. demonſtrationem enim talem facit, quæ conuenit huic caſui, quo extra parallelogrammum uertex trigoni cadit.*

Cum etiam duæ ſint æquidiſtanteis: neceſſe eſt ut altera ſit maior, & longior, altera minor & breuior: ut conſtituatur per copulationem trigonum ipſum: & habeat hic uerticem extra parallelogrammum.

PROPOSITIO QVADRAGEſima tertia.

O*Mnis parallelogrammi.)* Siue *parallelogramma quæ circa eandem ſunt diametrum ſeſe mutuo tangant: ut* Euclides *demonſtrat: ſiue inter ſe diſtent: ſiue ſeſe mutuò ſecent, unum & idem demonſtrabitur.*

Nomen *uero hoc* παραπληρωμάτων *hoc eſt complementorum à reipſa ſumpſit* Euclides. *quaſi diceret, præter duo parallelogramma, hæc compleant totum parallelogrammum, quod in ſe complectitur ambo parallelogramma.* Nam *quæ diameter ſecat: illa ſunt parallelogramma: quæ uero extra diametrum ſunt: appellantur complementa, & ſupplementa.*

menta. Ita ut totum parallelogrammum quod ambo parallelogramma interna continetur duo complementa: ex his conſtare dicatur uel hæc inſe continere.

Itaq; & paraplcroma ſeu complementum per ſe quidem non inter definitiones numeratur: propterea quod uarietatem habet: & minus eſt perſpicuum & notum. nec tam facile ſcire poſſumus, quid ſit parallelogrammum, & quæ ſint parallelogramma circa diametrum intra totum conſtituta parallelogrammum. Prius etenim hæc explicanda ſunt: antequam notum fiat: quid ſit complementum. Propterea hæc diſtribuit recto ordine & bono modo: & nunc primum cum his opus habet complementis, ad parallelogrammum conſtituendum, quod illa in ſe continet complementa: mentionem horum facit.

PROPOSITIO QVADRAGEſima quarta.

Ad datam lineam rectam.) Sciendum hoc in loco eſt: quod cum iuniores geometræ uidiſſent explicatas ab Antiquis eſſe parabolen, hyperbolen, & Elleipſim. ab hoc nomina tranſtulerunt: ad lineas quas Conicas appellant: & aliam quidem parabolen, aliam hyperbolem, tertiam elleipſin appellarũt.

Nam quãdo data & propoſita aliqua linea recta: figura quæ applicatur: uniuerſæ lineæ rectæ datæ applicatur: tum dicunt figuram illam rectæ datæ ap-

plicatam eſſe & parabolen dici. quod ſi uero longior fuerit figura: quam linea data: hyperbolen eſſe, & excedere: deniq; ſi minor & breuior fuerit: elleipſin eſſe, & deficere. Verum hyperbolæ & Elleipſis mentionem faciet libro ſexto. Sunt autem hæc à Pythagoricis inuenta & tradita.

PROPOSITIO QVADRAGEſima quinta.

D*Atæ figuræ rectilineæ.)* Hoc problema magis uniuerſale eſt: quam quod anteceßit: idcirco etiam his tanquam lemmatibus utitur. Quia omni polygono promittit ſe æquale facturum parallelogrammum: cum dicit figuræ rectilineæ, abſq; nomine, & communi modo. Nam ſi hic proponatur rectilineum trapezium: & diuidatur in trigona duo: conſtituetur problema. quod ſi uero proponatur polygonum eſſe rectilinea figura data: tum rurſus eodem modo diuidetur in trigona quotquot erunt neceſſaria: & unicuiq; trigono, æqualibus parallelogrammis ad primi latus applicatis conſtituetur.

PROPOSITIO QVADRAGEſima ſexta.

A *data linea recta.)* Ad delineationem theorematis quadrageſimi ſeptimi faciendam: opus habemus quadrageſima ſexta. Scire uero conuenit, quod

Euclides

Euclides generationem & productionem duarum præſtantiſsimarum figurarum in hoc primo tradiderit libro. quia ad conſtitutionem figurarum mundanarum: maxime harum requiritur, uſus figurarum rectilinearum. Nam Eicoſaedarum & Octaedrum *& pyramis: fiunt & conſtant ex trigonis æquilateris: cubus uero ex quadratis.*

Recte etiam dicit & proprie conſtituere: in iis figuris in quibus eſt conſtitutio: quando multa colliguntur, ad unius compoſitionem & effectionem: & deſcribere dicit in quadrato, quoniam ab una linea recta quadratum deſcribitur.

PROPOSITIO QVADRAGESIMA OCTAUA.

SI *in trigono.)* Hoc quadrageſimum octauum *theorema: conuertitur cum præcedente totum cum toto.* Nam *cum datum eſſet trigonum orthogonium: in præcedenti demonſtratum fuit quadratum à latere rectum angulum ſubtendente deſcriptum: æquale eſſe quadratis à lateribus rectum angulum continentibus deſcriptis. in hoc uero theoremate per conuerſionem demonſtrat: quod ſi in trigono aliquo, quadratum à latere rectum angulum ſubtendente deſcriptũ: æquale fuerit quadratis, à lateribus rectũ angulum continentibus deſcriptis: tum quoq; trigonum propoſitum erit orthogonium trigonum: quod*

angulum

angulum habent rectum: quem duo reliqua latera continent.

Atq; ſic abſoluit Euclides hunc primum librum: poſtquam multas conuerſionum ſpecies nobis tradidiſſet: conuertit enim tota totis: & totũ cum partibus: & partes cum partibus. Simul etiam magnam problematum uarietatem oſtendit, quia linearum rectarum, & angulorum ſectiones, & poſitiones, & conſtitutiones, & applicationes tradidit: & loci illius theorematum quem paradoxum præter opinionem homnium conſtitutum mentionem fecit. & theoremata localia explicauit: Ita ut ſatis nobis in mentem reuocarit, quæ nam tam uniuerſalia, quam particularia, elementarem perficiant doctrinam: eamq; ſuſtinere poßint: Ita etiam problemata definita, & indefinita in quibus differant: demonſtrauit. & hac ratione hanc primi libri doctrinam: ad unum tantum ſcopum direxit: Elementarem inquam ſimplicißimarum figurarum rectilinearum contemplationem: in qua harum conſtitutiones & deſcriptiones inuenit; & quæ ipſis per ſe inſunt, conſiderauit.

Finis Libri primi Euclidis Elementorum Geometriæ.

ISAACI

ISAACI MONACHI SCHOLIA IN SECVNdum Librum Elementorum Geometriæ Euclidis.

SEcundus hic liber elementorum Geometriæ ad multa utilis & neceſſarius eſt. quia non ſolum ad ſtereometriam, ſed & ad planorum doctrinam multum prodeſt. deinde per huius libri doctrinam multa problemata refutari poſſunt: quæ ueritatis ſpeciem habent. deniq; & in Aſtronomicis non parum prodeſt.

Scopus autem huius libri, hic eſt, Vult linearum rectarum ἀναγραφάς hoc eſt deſcriptiones & δυνάμεις potentias explicare: neq; id tantum: ſed & partium ſeu ſegmentorum. ex quibus tandem colliguntur ſectiones irrationales linearum rectarum. Præterea inueſtigat, & inuenit etiam: duas medietates. Arithmeticam & geometricam neque lemmate opus habet: neq; inſtantiam aliquam apparentem animaduertit: quæ demonſtrationi obeſſe poßit.

Definitiones.

OMne parallelogrammũ) Addidit Euclides (re-

ctangulum) ut diſtingueret ea quæ rectangula paral lelogramma ſunt: ab ijs quæ rectangula non ſunt. nã in ijs quæ rectangula nonſunt: neutiquam dicimus quod continetur rectis &c.

Quæ uero eiuſmodi ſint parallelogramma non rectangula: in priore didicimus libro. talia enim fuerunt quæ prioribus enumeratis tam parallelogrammis & trigonis ſuper baſi ſimul fuerunt connumerata. & in quibus ſi rectas lineas æquidiſtanteis lateribus trigonorum duxerimus: tum efficimus parallelogramma. quod quidem in multis alijs apparuit: maxime uero in theoremate triceſimo octauo: & quadrageſimo primo.

Deinde recte & neceſſario etiam addidit hoc (duobus lateribus, rectum angulum continentibus) non enim quibus uis lineis rectis, ſed rectis quæ angulum rectum continent, utẽdum nobis eſt. ne forſitan quis accipiat latera oppoſita: quæ angulum non continent. neq; etiam parallelogrammum rectangulum contineri his poteſt: niſi talia ſummantur latera.

Sed ſi quis quærat, cur cũ ſint, quatuor lineæ rectæ quæ parallelogrammum conficiunt: dicat tantum rectangulum quod duabus continetur rectis. Reſpondetur, quod ſub his duabus, ſubintelligat, etiam reliquas duas cum ſint his æquales altera alteræ. Quia parallelogramma habent latera oppoſita inter ſe æqualia.

Siqui-

Siquidem in multiplicatione laterum, quãdo illa multiplicamus: tum inuenimus aream ſeu ambitum orthogonij: non autem quatuor illa latera multiplicantes ſed unum latus longitudinis: & alterum latitudinis: denique in quadrato unum latus in ſeipſum multiplicantes: ſatis nos feciſſe inueſtigationi nouimus. ſiquidem longitudo, latitudini eſt æqualis.

Propterea ſi quando inquit quod his continetur lineis rectis, parallelogrammum altera parte lõgius, eſt intelligendum. ſed ſi dicat ab hac recta: intellige quadratum.

Quia ſcire conuenit quod parallelogrammum ſit ſpecies rectilinei. genus autem parallelogrammorum, habet ſpecies quatuor: quadratum quadrangulum oblongum, Rhombum, & Rhomboeides.

Gnomon uero inuentus eſt breuitatis gratia à Geometris, & nomen eius per accidens factum: quia ab hoc gnomone uel totum cognoſcitur ſpatium, & totus ambitus, uel reliqua eius pars ſi uel addatur, uel auferatur. Habet etiam in horoſcopijs hoc officium ſolummodo: ut horas inſtantes cognitas faciat.

Complementa uero dicuntur, non quod ipſa non ſint parallelogramma: ſed quod toto non ſint ſimilia. Verum compleant ſimilitudinem totius ad ipſum.

Propoſitiones.

PROPOSITIO SFXTA.

SI recta linea fuerit ſecta) In hoc theoremate, *demonſtratur arithmetica proportio : qui enim eſt exceſſus, αδ. ad ipſius γδ: hoc eſt γβ: idē eſt γδ, rectæ ad βδ. per numeros uero facilius & manifeſtius cōparebit: quod ille quidem æqualiter ſuperat & excedit: & ſuperatur atq; exceditur ab extremis. Theorema uero ſic habet: quod quadratum exceſſus cum rectangulo extremorum: ſint æqualia, quadrato à media deſcripto.*

PROPOSITIO OCTAVA.

SI recta linea) Præſentis theorematis propoſitio: *eadem eſt cum præcedente: modo tamen conuerſo: ſicuti enim duo quadrata, quadratum inquam totius, & quadratum unius ſegmenti conferuntur: ſic etiam hoc in loco quadratum totius, & unius ſegmenti tanquam unius rectæ quadratum. & ut ibi æquale rectangulo quod tota & prædicto ſegmento bis continetur eſt æquale: Ita hoc in loco æquale, eo, quod quater continetur tota & prædicto ſegmento: & quadrato reliqui ſegmenti, ideoq; duo ſunt ſimilia, ut & ante, ipſa ſimilis fuit dualitas.*

PRO-

PROPOSITIO DECIMA.

SI recta linea fuerit ſecta) Poſſumus præſentis theorematis propoſitionem: etiã hoc modo explicare. Si recta linea fuerit ſecta in partes inæquales: tum qradratum totius. cum quadrato exceſſus, quo maius ſegmentum excedit minus: duo hæc quadrata inquam dupla ſunt quadratorum ab ipſis ſegmentis deſcriptorum.

PROPOSITIO VNDECIMA.

DAtam rectam ſecare) In hoc ſecundo libro, cum ſint quatuordecim theoremata; ex his undecimũ & decimum quartum ſunt problemata: Verum per numeros non demonſtrantur ut ex inſequentibus intelligemus. Nã in hoc ipſo problemate ſi fieri poteſt. numerus $\alpha\beta$. diuidatur in numeros $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: ita ut factus ex multiplicatione numerorum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$: ſit æquales quadrato numero $\alpha\gamma$. Erit igitur numerus ex multiplicatione numerorum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ quater facta: cum quadrato numeri $\alpha\gamma$: quintuplus numeri quadrati $\alpha\gamma$: ſed numerus ex multiplicatione numerorum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, quater factus, cum quadrato numeri $\alpha\gamma$: eſt numerus quadratus: ut demonſtratum eſt in propoſitione octaua. & numerus $\alpha\gamma$ etiam eſt quadratus. Quare duo quadrati, habent rationem eam inter ſe, quam quinque ad unum. Id quod fieri nequit.

Quod autem hoc in loco geometrica ſit proportio:

Inde manifeſtum eſt. Quonium $\alpha\beta$ ſecta eſt in puncto θ. & inuentum eſt, quod rectangulum $\alpha\beta$, $\beta\theta$ rectis contentum: ſit æquale quadrato rectæ $\theta\alpha$. idcirco manifeſtum eſt: quod ſit, ut $\beta\alpha$, ad $\alpha\theta$: ſic $\alpha\theta$, ad $\theta\beta$. hoc autem ex ſecunda conſequitur geometrica medietate. Idem in ſequentibus dicetur ſecari in extremam & mediam rationem. nunc uero cum nihil ſciamus de ratione, idcirco non dixit extrema & media ratione ſecare. nec reſoluitur, cum non definierit ſectionem.

Ponamus rectam $\alpha\beta$, eſſe unitatum 8. & ſegmentum maius unitatum 4.56. & 50. & ſegmentum minus unitatum 3.3. & 10. erit rectangulum tota & minore ſegmente contentum unitatum 24. & 25. & quadratum maioris ſegmenti eodem modo unitatum 24. & 25.

PROPOSITIO DVODE- cima.

IN trigonis amblygonijs) Vnde manifeſtũ ſit, quod $\delta\beta$ perpendicularis non cadat intra trigonum $\alpha\beta\gamma$: ſed extra: ſi $\gamma\delta$ protrahatur demonſtrandum eſt. Dicimus ergo quod fieri nequeat ut intra cadat. Nam ſi id fieri poteſt: cadat ut $\beta\epsilon$ recta. Quoniam angulus $\beta\epsilon\alpha$ eſt rectus: & angulus $\beta\alpha\epsilon$ obtuſus, atq; recto maior, quod fieri nequit. Quare non intra cadit, ſed extra. Id quod erat demonſtrandum.

Propo-

PROPOSITIO DECIMA tertia.

IN trigonis oxygonijs) Quoniam in definitionibus libri primi, docet trigonum oxygonium eſſe quod tres habet acutos angulos, ſciendum eſt quod hoc in loco, illud non ſic intelligat, ſed omnia trigona appellat oxygonia: quia omnia habent acutos angulos, etſi non omnes, tamen ad minimum duos.

Propoſitio itaq; ſic ſe habet. Omnis trigoni latus acutum angulum ſubtendens, minus poteſt, quam latera acutum angulum ſubtendenus, minus poteſt, quã latera acutum angulum continentia, rectangulo & reliqua quæ ſequuntur. Quod ſi ergo rectangulum fuerit trigonum. accipies ex lateribus duobus angulum acutum continentibus, illud quod ſubtendit angulum rectũ. Ita ut perpendicularis in illud latus cadat. Eodem modo ſi fuerit amblygonium.

Conuerſum huius theorematis hoc eſt, Sit quadratũ rectæ αβ. minus quadratis βγ, γα. rectangulo quod bis continetur rectis αγ, γδ. & reliqua quæ ſequuntur. Dico quod trigonum αβγ, ſit oxygonium. Ducatur à puncto α, rectæ βγ, ad angulos rectos, recta αδ. & ſit recta αδ, æqualis rectæ βγ. Quare quadrata rectarum βγ, γα &c.

Finis libri ſecundi Elementorum Geometriæ Euclidis.

ISAACI MONACHI SCHOLIA IN TERtium Librum Elementorum Geometriæ Euclidis.

SCopus Euclidi eſt in hoc libro explicare accidentia circulorum, tam quoad lineas rectas, quam etiam ad angulos attinet.

PROPOSITIO PRIMA.

DAti circuli centrum) Sicuti libro primo omnium ſimpliciſsimam trigonorum inquã figuram, ncmpe trigonum æqui laterum eiuſq; conſtitutionem poſuit ſtatim ab initio: propter inſequentes delineationes quæ faciendæ erant. Ita & hoc in libro, ab initio ponit centri inueſtigationem. quia circularis generationis cauſa eſt.

Omnis itaq; circulus ſuum peculiare & proprium centrum habet, ſua natura definitum & circumſcriptum, ſed quoad nos non omnis circulus, ſuum proprium centrum habet, ſed is tantum cuius geneſim uidemus.

In prioribus itaq; theorematibus, in quibus circuli iam facti erant, centra quoq; exiſtebant, manifeſteq; apparebant. in his uero theorematibus, in quibus

bus de circulorum ſubſtantia quæſtiones inſtituun- tur: centrum quoq; inueſtigatur: quia ad eſſentiam circuli conſtituendam multum adiumenti adfert.

Hoc autem primum theorema, uidetur medium tenere locum, inter problemata & theoremata. propterea quod dum proponit aliquid quod faciendum eſt: problema: dum uero non ad faciendum, ſed ad inueſtigandum aliquid proponit: theorema uidetur eſſe. Veruntamen magis dicendum eſt: eſſe theorema. quod propoſitionem habeat figurarum & uerbis circumſcriptam, ſicuti etiam idem dici poteſt de quarta propoſitione lib. primi. Propoſitis duobus trigonis & duobus angulis æqualibus atq; lateribus duobus æqualibus exiſtentibus: inuenire utrum & baſeis ſint æquales. Sicuti enim in illa propoſitione quæritur aliquod accidens quod iam ſua natura trigonis ineſt. Ita etiam hoc in loco, accidens aliquod circuli. præſertim ſi conſideremus proprium problematis, & quod contrarium eſt propoſitioni: tum longe magis hæc propoſitio, nomen problematis effugiet: nec tenere poterit.

Ex hoc theoremate demonſtratur id quod cum definitione circuli conuertitur, Nam ſi ad circumferentiam circuli, à puncto quodam, ex ijs quæ intra figuram ſunt: omnes lineæ rectæ ductæ: fuerint æquales: tum figura illa, erit Circulus. Ponamus autem non eſſe circulum, ſed figuram aliquam rectilineam: &

latus

latus eius aliquod, in quod duæ rectæ lineæ æquales incidant, erit igitur trigonum æqui crurum, quod ſi nunc baſis ſecetur in duas partes æquales : tum recta quæ ducta eſt: faciet angulos rectos : erit illa minor utroque latere id quod fieri nequit: quia proponitur quod omnes ſint æquales. quotquot à puncto ſeu centro, ad circumferentiam ducuntur.

PROPOSITIO QVARTA

SI in circulo) Quod ſi enim rectæ illæ per centrum ductæ eſſent: nō opus erat inquirere an ſeſe mutuo in duas partes æquales ſecarent. quia manifeſtum eſt, quod centrum ipſorum, ſic ipſa ſectio in duas partes æquales. Eodem modo ſi altera per centrum-trum ducta fuerit: altera uero per centrum non fuerit ducta: ea quæ per centrum ducta eſt: nunquam bifariam ſecatur: quæ uero per centrum non eſt ducta: tū primum ſecabitur bifariam : quando ad angulos rectos eſt, rectæ per centrum ductæ.

ROPOSITIO SEXTA.

SI duo circuli.) Quidam addunt (interne) hoc eſt, ſi duo circuli ſeſe mutuo tangunt interne: ac ſi dicerent, fieri poſſe, ut ſi ſeſe tangant externe: unum & idem centrum habere poſſint. id quod non eſt, uerum ſiue interne, ſiue externe ſeſe tangant, nunquam

unum

unum & idem eſt ipſorum centrum. Quapropter ſuperfluum eſt, ſi ponatur in propoſitione interne.

ROPOSITIO SEPTIMA.

SI in Circulo aliquo) *Cum iſto theoremate conuertitur hoc theorema, Si in circulo aliquo, interne fuerit ſumptum aliquod punctum, & ab hoc puncto, ad circulum ductæ fuerint aliquot lineæ rectæ, quarum una quidem ſit maxima, altera uero minima, ex reliquis nonnullæ quidem æquales, aliæ uero inæquales fuerint: tum maxima per centrum erit ducta, minima uero è directo poſita ei quæ per centrum eſt ducta, ita ut tota ex maxima & minima conſtans, circuli ſit diameter: ex cæteris uero maiores, centro ſunt uiciniores: æquales uero, æqualiter à centro diſtant.*

Sit enim per punctum ε, quod in circulo eſt, ducta recta linea maxima εγ, minima εδ. deinde recta εζ, ſit maior quidem quam εβ, & æqualis rectæ εθ. Dico *quod recta γε, per centrum ſit ducta, & recta δε, è directo poſita eidem, & εζ recta uicinior centro, quã εβ recta. & rectæ εζ, εθ, æqualiter diſtantes à centro Quod ſi enim id non eſt; ſcilicet recta εγ non ſit per centrum ducta, ſed aliqua alia, quæ à puncto ε ducta eſt. etiam maxima communis erit & per ζ punctum ducta. ſed & εγ per centrum ducta eſt. quod fieri ne-*

quit. Quare εδ & εγ rectæ ſunt ex directo poſitæ, ita ut tota γδ, ſit diameter. Dico etiam quod εζ, ſit uicinior centro, quam recta εϐ. Nam ſi uicinior non eſt, tum uel longius erit remota, uel æqualiter ab eo diſtabit, ſed ſi longius remota fuerit, tum εϐ, maior eſt quam εζ. quod fieri nequit. Nam εϐ proponitur minor eſſe quam ſit recta εζ. quod ſi æqualiter diſtabunt, etiam æquales interſe erunt, ſed ſunt inæquales, quod fieri nequit. nam ζε uicinior eſt centro, quam recta εϐ: & εζ recta eſt æqualis rectæ εθ, quare æqualiter à centro diſtabunt. quæ enim inæqualiter à centro diſtant, & ipſæ inæquales ſunt.

ROPOSITIO DECIMA octaua.

RECta quæ circuli diametro) Conuertitur cum hac propoſitione. Si recta quædam linea ducta fuerit, quæ circulum tangit, & à puncto contactus, recta quædam linea, lineæ tangenti fuerit ducta ad angulos rectos, intra ipſum circulum: ea quæ producta erit, in alteram circuli partem: erit circuli diameter.

ROPOSITIO TRICESIma tertia.

IN circulo angulus in ſemicirculo) Si omnes ſemicir-

culi-

culi propter ſimilitudinem: æquales capiunt angulos ſunt enim recti: & ſegmenta circulorum maiora, angulos rectis minores: manifeſtum eſt, quod ſi ſimilia fuerint ſegmenta : etiam angulos recipient æquales. quanto enim ſunt maiora ſemicirculis, eo magis minuunt angulum rectum. Similiter & ſegmenta ſemicirculis minora , proportionaliter augent rectum. Vnde ſequitur, quod circulorum ſegmenta ſimilia: angulos capiant æquales.

Sed cum ſegmentorum anguli diuerſi generis ſint: ab angulis rectilineis, quia mixti: non comparantur cum illis ſub certa magnitudine : niſi habita ratione maioris & minoris. Vnde etiam accidit ut progrediente maiore ſegmento ad minus : & angulo maiore exiſtente, quouis angulo recto: in ſemicirculo fiat angulus rectus : & in ſegmento minore: progrediatur angulus ad angulum qui recto eſt minor. Id quod abſurdum eſſe uidetur. Ea enim quæ in contrarium mutantur: ſolent per media quædam progredi. Poſſunt etiam eiuſmodi immediata in cæteris quoq; inueniri: quæ hac ratione ſunt oppoſita. Nam linea quæ circulum claudit: cum conuexa ſit, & concaua : non poteſt eſſe recta.

PROPOSITIO TRICESIma ſeptima.

SI in circulo duæ) Præſens hoc theorema duobus

modis in quæſtione collocari poteſt: uno quidem ſic. Si rectarum in circulo ſeſe mutuo tangentium: una quidem per centrum fuerit ducta: altera uero per centrum non fuerit ducta: neq; ſecta ſit in duas partes æquales à recta per centrum ducta. Altero uero ſic. Si etiam hoc modo fuerit, ut una per centrum ducatur: altera uero per centrum non fuerit ducta: ab altera ſecta fuerit in duas partes æquales. Eſt autem talis demonſtratio: Sit circulus αβγδ: & in eo rectæ ſeſe mutuo ſecantes in puncto ε: recta quidem βδ per centrum ducta: recta uero αγ non ſit per centrum ducta: neq; αγ recta ſit ſecta, in duas partes æquales à recta βδ: itaq; non erit ad angulos rectos, quod per ſe manifeſtum eſt, ex ſupra demonſtratis. Sumatur centrum circuli: & ſit punctum ζ. atq; à puncto ζ rectæ αγ: ducatur ad angulos rectos, ſeu perpendicularis ζη: & ducantur rectæ ζα, ζγ. Quoniam recta quædam βδ, ſecta eſt in partes quidem æquales in puncto ζ: inæquales uero in puncto ε. Erit igitur rectangulũ βε, εδ rectis contentum: cum quadrato à recta ζε deſcripto: æquale: quadrato à recta ζδ deſcripto: uerum recta ζδ, eſt æqualis rectæ ζα. Quare rectangulum rectis βε, εδ contentum: cum quadrato à recta ζε deſcripto: eſt æquale quadrato rectæ ζα. Verum quadrata rectarum αη, ηζ: ſunt æqualia, quadrato ζα. quia angulus ad punctum η, eſt rectus. ſed quadrato rectæ ζε: ſunt æqualia quadrata rectarum ζη, ηε. ſi-

quidem

quidem rurſus angulus ad pũctum η eſt rectus. Quapropter rectangulum βε, εδ rectis contentum : cum quadratis rectarum ζη, ηε, eſt æquale: quadratis rectarum αη, ζη. commune auferatur quadratum rectæ ζη. Quare rectangulum βε, εδ rectis contentum , cum quadrato rectæ ηε: eſt æquale quadrato rectæ ζα. Verum rectangulum αε, εγ rectis contentum, cum quadrato rectæ ηε: eſt æquale quadrato rectæ αη. quia recta αγ, ſecta eſt in partes quidem æquales, in puncto η: in partes uero inæquales, in puncto ε. Vnde etiam, rectangulum rectis βε εδ contentum , cum quadrato rectæ εη. eſt æquale rectangulo αε, εγ rectis contento, cum quadrato rectæ εη. Commune auferatur, quadratum rectæ εη. Ergo rectangulum rectis βε, εδ, contentũ: eſt æquale rectangulo rectis αε εγ cõtento.

Rurſus ſit una harum per centrum ducta: ut recta βδ altera uero, non ſit per centrum ducta , ut recta αγ, & ſecetur per rectam βδ, in duas partes æquales, in puncto ε. manifeſtum itaq; eſt, quod etiam ſecta ſit ad angulos rectos: & ſumatur centrum circuli: & ſit punctum ζ: ducantur etiã lineæ rectæ ζβ, ζγ. Quoniã recta quædam linea βδ, ſecta eſt in partes quidem æquales in puncto ζ, & in partes inæquales, in puncto ε, erit igitur rectangulum rectis βε, εδ contentum, cũ quadrato rectæ ζε, æquale quadrato rectæ ζδ. ſed recta ζδ, eſt æqualis, rectæ ζα. Quare & rectangulum βε, εδ, rectis contentum , cum quadrato rectæ ζε, eſt

æquale, quadrato rectæ ζα. ſed quadrato rectæ ζα. ſunt æqualia quadrata rectarum αε, εζ. erit igitur rectangulum rectis βε, εδ, contentum, cum quadrato rectæ ζε: æquale quadratis rectarum αε, εζ. commune auferatur, quadratum rectæ ζε. Erit igitur rectangulum βε, εδ, rectis contentum, æquale quadrato rectæ αε. ſed recta αε, eſt æqualis rectæ εγ. Quare rectangulum γε, εδ, rectis contentum, eſt æquale rectangulo rectis αε, εγ, contento.

Finis libri Tertij Elementorum Geometriæ Euclidis.

LIBER QVARTVS ELEMENTORVM Geometriæ Euclidis.

ETſi hæc de inſcriptionibus, & circumſcriptionibus doctrina: uaria & multiplex ſit: attamen non prolixe eam perſequitur: ſed poſtquam ad hexagonum peruenit: & in fine quædam de pentecædecagono, tanquam iis quæ ad aſtronomiam plurimum conducunt tradidiſſet: finem imponit huic doctrinæ.

Primum uero theorema eſt lemma, alterius lemmatis in quo conſtitutio pentagoni traditur: & quæ ei neceſſaria erant: in tali diſtributione, & diſtinctione, atq; ordine: ea proponit, & in ordinem redigit. Et quia conſtitutio trilateræ figuræ: ſimpliciorem habet delineationem: priore collocata eſt loco: & antecedit reliqua theoremata.

PRPOSITIO SECVNDA.

REliquus igitur angulus βαγ: reliquo angulo εδζ eſt æqualis &c.) Quomodo id fiat, ut angulus βαγ, ſit æqualis angulo εδζ: demonſtrabitur: Id quidem in lib. primi propoſitione 26. eſt demonſtratum. Vbi docet quod ſi fuerint duo trigona: quæ duos angulos duobus angulis habeant æquales, alte-

rum alteri: habeant etiam unum latus, uni lateri æquale & reliqua. hoc uero in loco, nullum latus trigoni αβγ: alicui lateri trigoni δεζ. proponitur æquale.

Reſpondemus ergo, quod & ſic demonſtrari poſſit, id quod propoſitum eſt. Sint & proponantur eadem trigona αβγ, δεζ, quorum duo Anguli αβγ, αγβ duobus angulis δεζ, δζε ſint æquales: alter alteri, ſit etiam unum latus ad æquales illos angulos inæquale uni lateri ad æquales angulos conſtituti: & ponatur latus βγ maius, latere εζ. Dico quod & hoc modo angulus βαγ, æqualis ſit futurus angulo εδζ. Ponatur enim lateri εζ, æquale latus βη, uel baſis βη, baſi εζ æqualis. & per punctum η, ducatur rectæ γα, æquidiſtans recta ηθ. Quoniam nunc rectæ γα, ηθ, ſunt æquidiſtantes: & in eas incidit recta βγ: idcirco angulus βηθ, angulo βαγ eſt æqualis: ſed angulus βαγ, angulo εζδ, eſt æqualis. quare & angulus βηθ, angulo εζδ æqualis erit. Per eadem demonſtrabitur, quod angulus βθη, angulo βαγ ſit æqualis. Verum angulus βθη, angulo αδζ, eſt æqualis. Erit igitur etiam angulus βαγ, angulo εδζ æqualis.

Finis libri Quarti.

Euclidis

EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRIÆ Liber Quintus.

SCopus huius quinti libri eſt: præcepta tradere proportionum & rationum. & eſt hic liber communis Geometriæ & Arithmeticæ, & Muſicæ; & ut uno dicam uerbo totius mathematicæ ſcientiæ. Quæ enim in hoc libro demonſtrantur: non ſolum conueniunt geometricis theorematibus; ſed omnibus ijs quæ Mathematicæ ſubiacent diſciplinæ, ut antea dictum eſt. atq; hic eſt ſcopus huius libri.

Quidam uero aiunt, hunc librum eiuſq; doctrinam ab Eudoxo inuentam traditamq; eſſe: qui Platonis fuit præceptor. Cum itaq; ſcopus eius ſit tractare doctrinam proportionum: & proportio ſit rationũ habitudo: Idcirco primo loco neceſſum eſt ſcire: quæ & quales ſint rationes. quia prius ſimplicia quam compoſita cognoſcere conuenit.

Quando itaq; quædam inter ſe comparantur exempli gratia, duæ magnitudines: tum nominantur iſtæ duæ magnitudines termini, differentia uero qua inter ſe una ab altera differt: interuallum ſeu diſtantia: comparatio deniq; unius magnitudinis ad alterã magnitudinem habitudo, quam ueteres appellarunt rationem. poſtremo comparationem aut habitudinẽ

Digitized by Google

ſimilitudine quadã factam, huius rationis, ad alterã rationem: appellarunt analogiam, proportionem, & proportionalitatem, ne ſcilicet ut hæc magnitudo, ad hanc magnitudinem conferatur: ſed ut hæc ratio ad hanc rationem.

Ipſa quoq; comparatio, ratio dicitur eſſe rationis. Vt ſi fuerint duæ lineæ rectæ: quarum altera ad alteram duplam habeat rationem: quadratum deſcriptum à recta duplam rationem habente: dicetur habere rationem quadruplam, ad quadratum ab altera recta deſcriptum, quam habeat maior recta, ad minorem rectam. Nam quæ longitudine ſunt dupla: potentia ſunt quadrupla, cum itaq; ratio quadratorum, ſit quadrupla: & rectarum ratio dupla erit. atque hæc ratio nominatur rationis ratio. ſed eſt illa ratio, quæ ad quantitatem pertinet.

Duplex enim eſt ratio: una dignitatis & excellentiæ, altera uero quantitatis. Dignitatis quidem ratio nullam habet ſpeciem, quæ nobis uſui eſſe in hac doctrina poßit, ſed ratio quantitatis eſt quintuplex. ſic. Multiplex, ut 6. ad 3. ſuperparticularis ut 4. ad 3. Superpartiens ut 5. ad 3. atq; hæ tres ſunt ſimplices: ex quibus Multiplex eſt ſimplicior quam reliquæ. reliquæ ex duarum fiũt compoſitione. multiplex ſuper particularis, ut 7. ad 3. & multiplex ſuperpartiens. ut 8. ad 3. Hypologi dicuntur minores rationes ad maiores. Prologi uero maiores ad minores.

Scien-

Sciendum etiam eſt: quod hic liber in duas ſit diuiſus partes: & contineat in ſe prima pars ſimplicium rationum doctrinam. hoc eſt doctrinam multiplicium. ſecunda pars uniuerſalem de omnibus rationibus præceptionem. Neceſſe enim eſt, ut in omni re explicanda: antecedat ut dictum eſt priore loco ſimplicium doctrina; atq; eodem modo quo liber hic diuiſus eſt: etiam definitiones ſunt diuiſæ. Nam definitiones priores, de partibus & multiplicibus loquuntur, ſequentes uero uniuerſalem habent omnium rationum explicationem.

Definitiones.

PArs eſt.) Vulgus appellat partem, id quod minus eſt in unaq; eiuſdem ſpeciei re. ut in numeris 3. eſt pars de 5. ſed Geometra partem appellat, eam magnitudinem quæ æqualiter metitur, magnitudinem maiorem. hoc eſt, quando facta dimenſione aut diuiſione. id quod relinquitur fuerit æquale: ei quod alterum metitur. ſed ſi contingat: ut quod poſt factam diuiſionem (ut uocant Logiſtici) aliquid ſuperſit. tum minus non erit pars: ſed partes. ut in numeris 3. metitur quidem 5. ſed facta diuiſione relinquitur 2. qui numerus æqualis non eſt 3. Vnde etiam 3. non ſunt pars de 5. ſed partes. nempe quinæ partes.

Ratio eſt.) Addidit ratio eſt: ut indicaret habitudinem

dinem. poſtea duarum magnitudinum.) ut diſtingueret has ab alijs quantitatis ſpeciebus: præterea eiuſdem generis.) ne quis forſitan lineam cum ſuperficie conferret. quia hæc inter ſe non ſunt proportionalia. tandem addit ſecundum quantitatem.) ut ſeiungeret has, ab infinitis magnitudinibus. quia quantitatis continuæ, terminus eſt πηλικότης. & quantitatis diſcretæ, terminus eſt ποσότης. Nam diſcreta quantitas non eſt magnitudo, ſed multitudo. poſtremo loco addit aliqua habitudo.) Sunt enim ut antea dictum eſt quinq; ſpecies habitudinis: Aliter

Eiuſdem generis.) Dicit eiuſdem generis eſſe debere, propterea quod ea quæ eiuſdem generis nõ ſunt: nunquam rationem aliquam inter ſe habent. Neque enim linea ad planam ſuperficiem: neq; plana ſuperficies, ad ſolidum rationẽ aliquam habere poteſt. ſed linea ad lineam, ſuperficies ad ſuperficiem: & ſuperficies plana ad planam ſuperficiem.

Magnitudinum) adiecit hoc explicationis ergô, & diſtinctionis gratia: ut excluderet eas, quæ habitudinem quidem inter ſe habent: ſed non eam quæ ſecundum magnitudinem conſideratur. ut pater ad filium, dominus ad ſeruum. amicus ad amicum, dextrum ad ſiniſtrum. dicitur etiam alia habitudo eſſe ſecundum id quo quis habet, aut deficit uel non habet.

Rationem habere.) In numeris quidem, omnis ratio numerorum, habet quãtitatem quæ eſſari poteſt,

ſed

ſed in magnitudinibus eſt ratio aliqua, quæ non poteſt exprimi per numerum. Sunt enim quædam quæ non niſi ſolo quem habent inter ſe exceſſu cognoſcuntur. quantitas uero exceſſus, eſt incognita. atq; hæc dicuntur habere rationem exceſſus: non autem eam rationem quam habet numerus ad numerum. ideoq; addidit in definitione rationis magnitudinum: ſi ſecundum quantitatem.) quia ratio effabilis, fit ſecundum magnitudinem, & ſecundum multitudinem. neque uero ſemper & omnino conſequitur: quod ratio ſecundum quantitatem: etiam ſit effabilis. Quare poſtquam uniuerſaliter definiuiſſet, quænam magnitudines rationem inter ſe habeant: & cuiuſmodi illæ eſſent: addidit quæ multiplicatæ ſeſe mutuo excedere poßũt. hoc omnibꝰ applicari poteſt effabilibꝰ quas rationales uocant.) & in effabilibus ſeu irrationalibus. qualis eſt quadrati diameter. in rationalibus rationibus quidem diameter ad latus, eſt irrationalis. ſed in exceſſus ratione: habet rationem eam, quam habet maius ad minus. & fieri poteſt, ut latus multiplicatum aliquando excedat diametrum.

In eadem ratione.) Si quis per numeros uelit explicare diluciditatis gratia, quænam rationem inter ſe habere dicantur: id facere poterit hoc mõdo. Sint quatuor nobis numeri propoſiti: & ſcire cupimus: utrum in eadem ſint ratione, primus ad ſecundum, & tertius ad quartum: an uero habeãt maiorem

ratio-

rationem primus ad ſecundum, quam tertius ad quartum: an uero minorem. Multiplicentur tertius & quartus interſe: ita ut qui ex multiplicatione fiunt numeri: ſint inter ſe æquales, Poſtea multiplicentur primus in quartum, & ſecundus in tertium. quod ſi nunc numeri ex multiplicatione primi in ſecundum fuerint æquales: dicemus in eadem ratione eſſe, primum ad ſecundum, & ſecundum ad tertium. quod ſi uero numerus ex multiplicatione primi fuerit maior numero ex multiplicatione ſecundi: tum dicemus maiorem habere rationem, numerum primum ad ſecundum, quam habeat tertius ad quartum. ſin uero numerus ex multiplicatione primi, fuerit minor: quam numerus ex multiplicatione ſecundi: tum minorem rationem habere dicetur: primus ad ſecundum, quam habeat tertius ad quartum. Exempli gratia ponantur in eadem ratione eſſe hi numeri. 12. 6. 8. 4. Multiplicentur interſe tertius & quartus. 8. & 4. fient 32. & ſimili modo multiplicetur primus 12. in ſecundum 6. fiunt 48. & multiplicetur ſecundus 6. in tertium 8. fiunt etiam 48. Manifeſtum ergo eſt quod ſint in eadem ratione. 12. ad 6. & 8. ad 4. Nunc ſumamus alios numeros, ita ut primus maiorem rationem habeat ad ſecundum, quam tertius ad quartum. & ſint: hi. 10. 4. 6. 3. Multiplicentur interſe 6. & 3. fiunt 18. & 3. in 6. fiunt etiam 18. poſtea multiplicentur 10. & 3. fiunt 30. & multipli-

centur

centur 4. in 6. fiunt 24. Fit ergo manifeſtum, quod 16. ad 4. maiorem habeant rationem, quam 6. ad 3.

Deniq; ſumamus alios numeros, ut primus ad ſecundum minorem rationem habeat: quam tertius ad quartum. & ſint hi numeri. 12. 7. 18. 9. nunc multiplicentur 18. in 9. fiunt 162. & rurſus 9. in 18. fiũt 162. poſtea 12. in 9. multiplicentur fiunt 108. & 7. in 18. fiunt 126. & fit apertum atq; manifeſtum, quod primus ad ſecundum minorem rationem habeat, quã tertius ad quartum.

Quando uero tres magnitudines fuerint proportionales.) Non dicit quod duæ rationes ſint unius duplæ. & hoc quidem eſſet: ſed quod ratio quæ fit ex duabus ſit dupla ut 8. 4. 2. uel 9. 3. 1. quia in prioribus numeris duæ rationes duplæ, ſunt continuæ quam rationem habet 8. ad 4. eam habet 4 ad 2. ſed 8. ad 2. uel primus ad tertium: non habet duplam rationem, quam habuit ad 2. hoc eſt ſecundum. ſed bis duplam hoc eſt quam habet primus ad ſecundum, & quam habet ſecundus ad tertium.

Simili ratione fit in triplis 9. 3. 1. Nam 9. ad 3. habet rationem triplam: & 3. ad 1. eodem modo triplam. ſed 9. ad 1. dicitur bis habere rationem, quam habet ad 3. ſiquidem inter 9. 3. & 1. ſunt duæ triplæ rationes. Idem in alijs ſentiendum eſt. Atq; ſic ſe habet, ſi tres fuerint magnitudines.

Quod

Quod ſi uero fuerint quatuor magnitudines tum prima ad quartam triplicatam habebit rationem: quam habet ad ſecundā quia inter numeros quatuor in eadem ratione exiſtentes: ſunt tres eædem rationes. atq; eam ob cauſam dicitur prima ad quartam habere ter eam rationem, quam habet ad ſecundam. hoc eſt triplicatam.

Compoſitio rationis.) Recentiores hanc addiderunt definitionem. non enim unum & idem eſt, compoſitio magnitudinum, & compoſitio rationum. Nam hic quidem antecedens compoſitum conſequenti, magnitudo inquam cum magnitudine. tum tota fiet magnitudo facta & compoſita ex magnitudinibus, quæ etiam erit æqualis ijs magnitudinibus ex quibus ipſa eſt facta & compoſita. Verum rationum compoſitio, aliam facit rationem. quemadmodum etiam in ſequenti libro dicit, Ratio ex rationibus compoſita eſſe dicitur &c.

Sed ſicuti ego in antiquis legi libris hanc compoſitionem uocarunt συνθέντι λόγον. ſic etenim in inſequētibus theorematibus loquitur Euclides, & uocat συνθέντι. nihilominus tamen etiam hac ratione ex συνθέντι intelligitur σύνθεσις.

Exiſtimo tamen melius eſſe, ſi quis dicat eſſe σύνθεσιν compoſitionem terminorum, non autem rationum. Voco autem ὅρους terminos, ipſas propoſitas magnitudines: non autem habitudinem ipſam quam inter ſe habent. Simili

Simili modo & diuiſio , non, ut ſic dicam intelligitur rationis diuiſio eſſe: duplæ in ſeſqui alteram & ſeſqui tertiam: aut triplæ in ſeſquialteram & duplam: ſed magnitudinum diuiſio. Nam exceſſus antecedentis ad conſequentem, conſideratur ad conſequentem.

Perturbata.) ut. (8. 4. 1.) ut 8. ad 4. ſic 6. ad 3. & ut 4. ad 1. (24. 6. 3.) ſic 24. ad 6.

Propoſitiones.

PROPOSITIO SECVNDA.

PRima magnitudo.) Hoc theorema eſt in demonſtrationem aſſumptum, definitionis ſuperioris in qua docuit, quæ magnitudines in eadem ſint ratione. ubi ſic inquit. In eadem ratione magnitudines eſſe dicuntur: quando æque multiplices magnitudines primæ & tertiæ hoc eſt antecedentium, æque multiplicibus ſecundæ & quartæ, hoc eſt conſequentium uel ſimul fuerint æquales, uel ſimul eas excedunt, & ijs maiores ſunt uel ſimul deficiunt, & ijs minores ſunt. Quod autem & ipſæ cum illis eandem rationem habeant: id hoc in theoremate demonſtrat.

De his uero nullam ab initio mentionem fecit: quia non potuit dicere, illas magnitudines in eadem

ratione eſſe: quarum æque multiplices magnitudines in eadem ſunt ratione: præſertim cum illud ipſum nos inueſtigemus: quid nam illud ſit. Eſſe in eadem ratione. Cum itaq; ab initio dixiſſet. Simul excedere, ſimul deficere, ſimul æquales eſſe: demonſtrat in hoc theoremate: quod etiam in eadem ſint ratione. Ita ut manifeſte appareat definitio magnitudinum in eadē ratione exiſtentium talis eſſe. Quando primæ & tertiæ magnitudinis æqualiter multiplices magnitudines, ad ſecundæ & quartæ æqualiter multiplices magnitudines eandem habuerint rationem. Demonſtrat uero illas magnitudines in eadem ratione eſſe : per hoc theorema & per conuerſum.

PROPOSITIO SEXTA.

SI duæ magnitudines.) Non propoſitum eſt in hoc theoremata demonſtrare, quod ſi à multiplicibus multiplicia auferantur: tum reliqua magnitudo uel erit æqualis, uel multiplex. hoc enim per ſe eſt manifeſtum ſed quod ſi duæ magnitudines ad duas magnitudines ita ſe ut dictum eſt habeant ſi reliqua prioris multiplex eſt, & altera alterius multiplex erit : ſin æqualis, ut ſi quadruplæ fuerint: & triplæ ex ambabus fuerint ſublatæ: tum æquales erunt ambæ ijs quæ poſt factam triplæ ſubtractionem fuerunt relictæ: ſin fuerint duplæ: tum earundem duplæ etiam erunt.

Propo-

PROPOSITIO OCTAVA.

INæqualibus magnitudinibus.) In ipſo demonſtrationis cõtextu. prope eum locum ubi hæc ſunt uerba, concluſionis. Quare αϐ ad Δ maiorem rationẽ &c.) Sunt hoc in loco quatuor magnitudines prima quidem αϐ: ſecunda Δ: tertia γ: & quarta Δ: quia Δ. bis ſumitur: pro ſecunda & pro quarta. atqui primæ multiplex eſt ξθ: ſecundæ uero Δ. multiplex eſt ν. tertiæ etiam γ, multiplex eſt κ. Ad hæc ξθ. multiplex primæ αβ: eſt maior quam ſit ν, quæ magnitudo ν. eſt multiplex ſecundæ magnitudinis Δ, & magnitudo κ, multiplex tertiæ magnitudinis γ. eſt minor magnitudine ν. quæ ν magnitudo eſt multiplex quartæ magnitudinis Δ. Quoniam nunc primæ magnitudinis multiplex, maior eſt ſecundæ magnitudinis multiplici: & tertiæ magnitudinis multiplex non ſit maior multiplici quartæ magnitudinis: idcirco magnitudo αϐ, ad magnitudinem Δ, maiorem rationem habet: quam magnitudo γ. ad ipſam Δ. magnitudinem. Per definitionem quæ dicit, Quando uero æque multiplicia & quæ ſequuntur.

PROPOSITIO DECIMA Sexta.

SI quatuor magnitudines.) Hoc in loco initium facit ἐναλλὰξ permutatæ rationis. & manifeſte pa-

tet quod & cæterarum mentionem facit συνθέντι, ἀναστρέψαντι & ἀνάπαλιν, & δι᾽ ἴσου, & *inordinatæ proportione, atq; inordinatæ.*

PROPOSITIO DECIMAſeptima.

SI *magnitudines compoſitæ.)* Hic initium *facit* διελόντι καὶ συνθέντι. & ἀναστρέψαντι, & ἀνάπαλιν & δι᾽ ἴσου *in proportione inordinata, & ordinata.*

Veruntamen huius theorematis lemma eſt, theorema præcedens uel ἐναλλὰξ. *ſicuti & 20. theorema, theorematis 21. ſeu* δι᾽ ἴσου *in proportione perturbata: & 22 ſimili modo 23. lemma eſt.*

Finis libri quinti elementorum Geometriæ Euclidis.

Euclidis

EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRIÆ Liber ſextus.

Definitiones.

REciprocæ figuræ ſunt.) Si in figuris latera fuerint proportionalia tum omnino reciproca erunt ſed non uiceuerſa quæ latera reciproca habent: illarum etiam latera proportionalia ſunt, ſimpliciter: niſi etiam fuerint æqualium angulorum figuræ:

PROPOSITIO VNDECIMA.

DAtis duobus.) Arithmeticæ uero medium terminum proportionalem in ſeipſum multiplicatū: diuides antecedentem hoc eſt primam rectam: & quotus numerus, erit tertius proportionalis.

PROPOSITIO DVODEcima

DAtis tribus.) Arithmetice, ſecundam in tertiam multiplicabis: & per primam diuides productam. & quotus qui erit numerus: erit quarta recta proportionalis.

PROPOSITIO DECIMA-tertia.

DAtis duabus rectis.) Arithmetice ſic inuenies, mediam proportionalem. Extremas in ſe multiplica, & numeri producti, ſume latus quadratum: ſiue ſit rationale, ſiue irrationale: & habebis mediam proportionalem.

PROPOSITIO DECIMA-quarta.

PArallelogramma.) Illa quidem parallelogrāma, quæ habent unum angulum uni angulo æqualem: & reliquos reliquis æquales habent: alterum alteri: & omnino uniuerſaliter ſunt æquiangula. uerum hoc in loco propter illam comparationem laterum unum angulum continentium: dicit quæ habent unū angulum, uni angulo æqualem: ſed trigona ſic ſe non habent. Fieri enim poteſt, ut trigona æqualia, unum angulum uni angulo æqualem habeant: ueruntamen non habeant reliquos reliquis æquales. ut per omnia ſint trigona æquiangula.

PROPOSITIO DECIMA-quinta.

AEqualia trigona quæ habent.) Trigonis æquiangulis ſolis hoc contingit: ut omnia latera habeant

beant proportionalia ſed non quod ſint ratione reciproca. Trigonis uero æqualibus, & unum latus, uni lateri æquale habentibus, accidit: quod latera ſint omnia reciproca. quia latus lateri eſt æquale: alterū alteri. & ratio æqualitatis conuertitur ad ſeipſam. hoc eſt ratio quæ ſumitur ex antecedente & conſequente, eadem eſt & indifferens. Ita ut quædam trigona tantum latera habeant proportionalia: quædam uero trigona habeant latera reciproca: deniq; nonnulla trigona habeant latera proportionalia & reciproca. Sunt autem priora quidem trigona, quæ æquiangula quidem ſunt: ſed non æqualia. ſecundaria uero, quæ æqualia quidem ſunt trigona, & unum angulum, uni angulo habent æqualem: uerum non ſunt æquiangula. Cætera uero præter hæc trigona. ſunt & æqualia, & æquiangula.

Quod autem ſint trigona æqualia, & unum angulum uni angulo æqualem habentia: ita tamen ut non ſint æquiangula: id inquam manifeſtum eſt ex numeris quos in ſchemate & figura propoſuimus. Quoniam enim trigoni quidem αδε: duo latera, αδ, αε, ſunt inter ſe æqualia: & anguli ad baſim eiuſdem trigoni, ſunt inter ſe æquales. Præterea in trigono αϐγ: cum duo latera αϐ, αγ ſint inæqualia: etiam anguli ad baſim ſunt inæquales. Vnde ſequitur quod αδε trigonum, non ſit æquale αβγ trigono. Id quod erat demonſtrandum.

FINIS.

ISAACI MONACHI PROLEGOMENA IN Euclidis Elementorum Geometriæ libros.

Definitiones Geometriæ, duæ.

GEometria eſt ſcientia magnitudinum, & earum rerum quæ his accidunt. Elementa uero inſcribuntur geometriæ, quia nobis ſuppeditant principia diſciplinæ mathematicæ. Aliter Geometria eſt ſcientia quæ uerſatur circa quantitatem continuam, quæ nullum per ſe habet motum: quæ etiam dimenſionem inuenit longitudinis, latitudinis, & profunditatis: per ſyllogiſticas demonſtrationes, factas ex axiomatibus ſententijs communibus, & cæteris his ſimilibus demonſtrandi rationibus.

Varia

VARIA MISCELLANEA AD GEOMETRIAE cognitionem neceſſaria ab *Iſaaco Monacho collecta.*

Geometria ab initio ab AEgyptiis inuenta eſt: Thales uero Mileſius, primus fuit qui in Græciam hanc tranſtulit diſciplinam: poſt Thaletem uero Mamertius Steſichori poëtæ frater, & Hippias Elæus hanc excoluerunt ſcientiam. poſt quos ſubſequutus eſt Pythagoras: qui paulo altius cum conſideraſſet huius ſcientiæ principia: omnia theoremata abſque materia, & intellectu ſolo atq; abſtracte perluſtrauit. Pythagoram. Anaxagoras & Plato ſunt ſequuti & Oenopolis Aſiaticus, Theodorus Cyrenaicus, & Hippocrates qui anteceßit Platonē: Leodamas Thaſius, & Archytas Tarentinus, Theætetus Athenienſis, Eudoxus Cnidius, qui tribus proportionalibus, alias tres proportionales addidit: & ut uno dicam uerbo quamplurimi alij poſt Thaletem extiterunt in Græcia geometræ: inter quos & Euclides fuit qui Elementa conſcripſit Geometriæ: non multis annis iunior ijs quos enumeraui. Vixit enim tempore primi Ptolemæi: ita ut iunior quidem ſit Platone: ſed prior ætate ipſo Eratoſthene & Archimede: qui

Auo uno eodemq; uixerunt ſæculo.

Dicimus etiam quod hoc nomen mathematicæ, & mathematicarum diſciplinarum, idcirco his ſcientijs ſit datum: quia omnis matheſis eſt ἀνάμνησις, hoc eſt recordatio: nõ externe menti & rationi accedens: ſicuti imaginationes ſunt quæ ab rebus ſenſilibus imprimuntur noſtris cogitationibus: neq; etiam acceſſoria quod ſint: ſicuti quæ in opinionibus hominum uerſantur: ſed tales ſunt quæ cum ex ijs quæ apparent excitantur: & interne ab ipſa ratione in ſeipſam conuerſa ſecundum ſpecies propoſita ſunt: atq; priore loco ipſa ſcientia hæc aſſumit in ſeipſam: quamuis non in actum eas per ſeipſas producat ſcientias: ſiquidem omnibus modis ſubſtantialiter & occulte has in ſe continet. tum uero has profert ſcientias: quando impedimenta quæ à ſenſibus oriuntur aufert: quia ſenſus copulant rationem hominis cum rebus partibilibus: imaginationes autem eandem coniungunt formalibus motibus: deniq; cupiditates implicant rationem hominis, uitæ adfectibus obnoxiam. omne uero partibile, impedit conuerſionem eam quæ fit in ſeipſam & in unum punctum. Ariſtoteles enim quodam in loco dicit: quod qui contemnunt ſtudia mathematica: non guſtarint iucundas illas uoluptates: quas ex his percipimus ſtudijs. Plato etiam dicit mathematicam diſciplinam purgare mentem noſtram: & ita informare, ut ad quæuis abſtruſiora percipienda

habilis

babilis atq; idonea ſit. uerum mathemata recedunt quidem ab illa impartibili & diuina natura: ſed excellētiora ſunt quam partibilis illa ſit rerum eſſentia. poſt mentem ipſam: quæ ſupremū tenet locum, ſecundaria eſſe mathemata: ſed perfectiora, certiora, & puriora eſſe, quam ſint, quæ opinionibus hominum cognoſcuntur.

Diuidunt Philoſophi ſcientiam dupliciter: in eam quæ nulla utitur hypotheſi: & in alteram quæ hypotheſi utitur: prima illa quæ nulla utitur hypotheſi eſt, ut aiunt, quæ uniuerſarum rerum cognitionem in ſe habet: & quæ uſque ad boni, & ſummæ omnium rerum cauſæ comprehenſionem aſcendit: quæ etiam finem extremum propoſitum habet: ipſummet ſummum bonum.

Altera uero ut philoſophi docent, eſt quæ certa & definita habet principia: ex quibus demonſtrat ea quæ principia ſequuntur: neq; ad principium ſed ad finem progreditur. Cum itaq; & ipſa mathematica ſcientia, utatur hypotheſibus: idcirco inferior eſt ſumma illa ſcientia: quæ nullis utitur hypotheſibus, & omnium eſt perfectiſſima ſcientia. ſiquidem una tantum eſt uera & eſſentialis ſcientia rerum: per quam omnia quæ ſunt & exiſtunt comprehendimus: & à qua omnium reliquarum ſcientiarum principia deducuntur: ita ut alijs quidem propiora quæ ſunt communicet: alijs uero remotiora. Sicuti uero mens

ſuperat

ſuperat rationem hominis, & ſurſum ducit princi-pia: atq; ex ſeipſa rationem hominis perficit: ita quoque Apodeictica puriſsima philoſophiæ pars exiſtēs: proxime ſuperat mathemata & in ſe comprehendit uniuerſarum rerum mathematicarum ſolutionem ſeu doctrinam. omnes etiam potentias ſeu facultates quas habet perficiendi, iudicandi & intelligendi: uarijs & multiplicibus mathematicis ſcientijs participat atq; communicat. Analyticam intelligo facultatem, & diuiſoriam, definitoriam, & apodeicticam quibus facultatibus præeuntibus mathematica quaſi ducta & inuenit nonnulla per analyſim ac ſyntheſim: & diuiſionibus factis quædam recenſet: & definitionibus explicat: & demonſtrationibus, quæ in quæſtione erant propoſita confirmat, dum has de quibus loquor methodos rebus ſibi ſubiectis recte & bona ratione accomodat.

Scopus uero huius geometricæ inſtitutionis elementaris duplex eſt: alter enim res ſubiectas de quibus doctrina inſtituitur reſpicit: alter uero ipſum diſcentem. Quod ſi enim res ſubiectas intueri uelimus: dicemus geometram, omnem hanc geometricam doctrinam inſtituiſſe propter mundi figuras, quas corpora regularia uulgo uocant: quibus mundus conſiſtere dicitur. incipit enim à ſimplicibus: & finem facit in conſtitutione quinq; corporum regularium. atq; ſingula quidem ſeorſim deſcribit: nihilominus

lominus tamen ſub finem omnia hæc uni inſcribit ſphæræ: & quam interſe rationem hæc habeant demonſtrat. Ideoq; in ſingulis libris quidam exiſtimarunt, ſcopos librorum ſingulorum ad mundum referendos eſſe. eamq; ob cauſam utilitatem quam ad contemplationem uniuerſitatis conſequendam præſtant: conſcripſerunt.

Ad diſcentem quod attinet: dicimus ſcopum Elementorum eſſe: ut per hanc elementarem doctrinam ratio diſcentis recte & abſolute informetur, & imbuatur in his, ut eo perſpicatius uniuerſæ geometriæ doctrinam intueri poßit, & adſequi quæ in hac ſcientia ſunt abſtruſiſsima. Nam qui ab his elementis, diſcendi initium faciunt: etiam alias partes huius ſcientiæ cognoſcere poterunt.

Nam in his tradũtur & collecta ſunt principaliſsima & ſimpliciſsima theoremata & primis hypotheſibus maxime cognata: atq; ratione bona, conuenientiq; modo diſpoſita & diſtincta. Neq; etiam fieri poteſt: ut abſque his, uariam ac multiplicem cæterarum rerum geometricarum cognitionem, percipere poßimus. ſiquidem reliquarum rerum geometriæ demonſtrationes: his utuntur tanquam manifeſtißimis & ab his tanquam iam notis: ordiuntur ſuas demonſtrationes. Atque ex his nunc patet, quod ſcopus horum elementorum ſit : diſcentem informare in his primis elementis: ut uniuerſam geometriæ doctrinã

ſibi

ſibi comparare poßit: & ut diſtinctas mundanarum figurarum conſtitutiones tradat.

Sed ut aliquid quæramus de inſcriptione, neceſſum erit: elementaris unde dicatur doctrina, & elementum: unde etiam elementares libri dicuntur. ſciendum itaq;, quod elementa dicantur, ea: quarum contemplatio diffuſa eſt, per reliqua ſcientiæ ſubiecta: & neceſſaria ſunt ad illorum ſubiectorum perceptionem conſequendam: & per quæ nos dubia quæ in his accidunt, ſoluere poſſumus. Quemadmodum enim in grammaticis ſunt principia prima & ſimpliciſſima, & indiuiſibilia ut uocantur elementa: hoc eſt literæ, & ſyllabæ. ex quibus omnis dictio, & omnis conſtat oratio: ita quoq; totius geometriæ ſunt quædam primaria & antecedentia theoremata: quæ principiorum inſtar ſunt reſpectu inſequentium.

Menæchmus autem dicit, quod elementum dupliciter ſumatur: id enim quod confirmat & demonſtrat aliud: dicitur eſſe elementum, eius quod confirmatur. ut primum problema Euclidis, ſecundi elementum eſſe dicitur: & quartum quinti. deinde etiã dicitur elemẽtum eſſe id quod ſimplex eſt: & in quod id quod compoſitum eſt: diuiditur. hoc ſane tantum ijs conuenit, quæ ſolummodo ſunt omnium maxime primis principijs proxima. ſicuti poſtulata & axiomata, ſunt elementa theorematum. Iuxta hanc uero elementi ſignificationem: etiam Euclidis elementa

ſumi

ſumi poſſunt, & ſic etiam ſunt conſcripta & diſtincta ab alijs geometriæ ſcriptis. & partim geometriæ partim ſtereometriæ elementa dicuntur eſſe. eodem etiam modo in Arithmeticis elementa numerorum extant: ut & multi fuerunt qui aſtronomica elementa conſcripſerunt.

Difficile uero eſt delectum facere propoſitionum elementarium: & illas rite diſponere: à quibus reliquæ dependeant: & in quas reſoluuntur cæteræ propoſitiones. Speciem quoq; elementorum habent propoſitiones: quæ aliquo uſq; ſuam extendunt uim: & ſimplicitatem in ſe habent atque facilitatem. non autem ut elementa, ita & hæ propoſitiones ad uniuerſam ſcientiam, eandem habent utilitatem & neceſsitatem ſimplicem, apertam, & facilem, ut elementa. Deniq; propoſitiones quæ neq; longe lateq; diffuſam habent cognitionem: neq; adeo dilucidam & perſpicuam habent explicationem: tales neque elementares ſunt propoſitiones, neq; elementorum ſpeciem habēt.

Sunt autem geometriæ principia, definitiones poſtulata, & axiomata. quæ quidem inter ſe differunt. quandocunq; enim id quod principij loco ſumitur: & diſcenti notum eſt: & per ſe fidem facit: talis propoſitio inquam appellatur axioma. ut. Quæ eidem ſunt æqualia: etiam inter ſe ſunt æqualia, & quæ ſequuntur axiomata. quæ etiam communes appellantur ſententiæ. propterea quod omnibus fere hominibus

bus, etiam imperitis, eiuſmodi propoſitiones cognitæ ſint: nec ulla indigent demonſtratione.

Quando uero is qui propoſitionem audit: fidem ei non habet: eamq; per ſe. nihilominus tamen ſimul illam eſſe, ponit: & docenti concedit eam: ita ut non quærat demonſtrationem, alicuius accidentis: quod res de qua eſt queſtio accidere poſsit: talis propoſitio, appellatur definitio. ut ſi dicam circulum eſſe figurã planam, & reliqua quæ ſequũtur: neq; enim cõmuni notione abſq; præceptione & inſtitutione hoc prius ſciuimus: ueruntamen cum definitionem hanc circuli audimus: concedimus eam abſq; ulla adhibita demonſtratione, eadem eſt in ceteris definitionibus ratio.

Cum uero ſimili ut ante dictum eſt ratione, is qui propoſitionem aliquam audit: communi ratione eam non intelligit: nec per ſe fidem habet propoſitio: nihilominus tamen ponit illam eſſe ueram: & concedit eam docenti: tum non eſt definitio: ſed tantum iubemur aliquid facere, quod & ipſum abſq; demonſtratione ſumitur & appellatur αἴτημα poſtulatum, uel δόμα datum, ut petatur à quouis puncto, ad quoduis punctum lineam rectam ducere. & reliqua quæ ſequuntur.

Quod ſi uero quis dixerit, axiomata eſſe theoremata ἀναπόδεικτα, quæ demonſtrari non poſſunt, nec debent: & poſtulata eſſe problemata indemonſtrabilia: non longe à ueritate rei aberrauerit. uerum

hæc

hæc Ariſtotelis, eſt diuiſio. Stoici autem omnes propoſitiones uocant hypotheſeis.

Differunt quoq; eodem modo problemata à theorematibus quod problema figurarum ortus & generationes, contineat: ſectiones etiam & delineationes, quæ in his fiunt: ſubductiones & additiones, & ut uno dicam uerbo, quomodo conſtituantur paſsiones quæ figuris accidunt. Theoremata uero, neq; ortum & generationem, neq; effectionem aliquam in ſe continent: ſed tantum demonſtrant, quæ ſingulis accidant figuris Ideoq; perpetuo in problematibus, in propoſitione quidem ponit conſtituere oportet, aut ducere, aut ſubtrahere & quæ his ſunt ſimilia, atq; operationem aliquam requirunt alicuius rei, & effectionem: in fine autem ſubiungit, abſq; ullo diſcrimine ὅπερ ἔδει ποιῆσαι .quia problematum proprium eſt facere, efficere, operari ita ut ποίησις operatio, propria ſit problematum. Verum in theorematibus in propoſitione quidem ſemper ponit: hoc huic æquale eſt : & alterum alteri æquale. & hæc alijs: in fine uero indifferenter ponit ὅπερ ἔδει δεῖξαι: ita ut δεῖξις demõſtratio propria ſit theorematũ.

Sciendum præterea quod in primo libro primas & principaliſsimas figuras rectilineas explicet. trigonum inquam & parallelogrammum. namq; in his tanquam genere continentur cauſæ figurarum. æquicrurum trigonum, & ſcalenum dico, & quæ ex his

conſtituuntur figuræ, trigonum æquilaterum, & quadratum: à quibus figuræ quatuor elementorum ſuam acceperunt conſtitutionem. Nam trigonum æquilaterum, proxima cauſa eſt trium elementorum, ignis, aeris, & aquæ, quadratum uero terræ.

Vtilis ergo eſt pr.mi libri ſcopus ad uniuerſam doctrinam: & ad figurarum mundanarum contemplationem atq; etiam elementarem inſtitutionem: qua diſcipuli ad percipiendam figurarum rectilinearum doctrinam informantur. Diuiditur uero in tres partes. primo in trigonorum generationem & contemplationem: deinde in parallelogrammorum eodem modo generationem & contemplationem: tertio in trigonorum & parallelogrammorum comparationem & communionem.

Ad hæc operæ precium eſt ſcire quod per reductionem ad impoßibile: demonſtrandi inquam illam uiam & rationem: ſumamus id quod cum quæſito pugnat: & illud ponendo, eouſq; progrediamur, donec in manifeſtum incidamus abſurdum: quo facto, per illud abſurdũ, & inconueniens hypotheſim tollimus: atq; confirmamus, quod ab initio in quæſtione poſitum fuit.

Omnino ſcire oportet quod omnes mathematicæ demonſtrationes uel ex principijs fiant: uel ad principia, ut quodam in loco Porphyrius docet. unde quæ ex principijs fiunt demonſtrationes: & ipſæ

quoq; duplices ſunt. aut enim ex communibus ſententijs & axiomatibus atq; definitionibus demõſtrationes faciunt: tanquam ex ijs quæ per ſe manifeſta ſunt & fidem per ſe habentia: aut ex ijs quæ iam ſunt demonſtrata, certa, & affirmata, minimeq; dubia.

Rurſus quæ ad principia reducuntur: & ipſæ ſunt duplices: uel enim principia confirmant: uel eadem tollunt. quod ſi principia confirmauerint: appellantur Analyſeis: quibus opponuntur ſyntheſeis: poteſt enim fieri ut ratione bona & conuenienti modo, a principijs ad quæſiti inveſtigationem procedendo, demonſtremus: & hoc dicitur eſſe ſyntheſis. Quæ uero demonſtrationes ad principia progredientes: ipſa tollunt principia: nominantur reductiones ad impoßibile. Quia aliquid ex ijs quæ conceſſa & affirmata & per ſe manifeſta ſunt: euertere, aut oppugnare conamur hac demonſtrandi ratione.

Verum hæc demonſtrandi ratio, habet etiam ſyllogiſmum : qui tamen non idem eſt, qui in analyſi fuit: ſiquidem in reductione ad impoßibile, copula fit per ſecundum modum ſyllogiſmorum hypotheticorum. Vt exempli gratia. Si trigonorum duos angulos æquales habentium, & unum latus uni lateri, angulos æquales continentium æquale: latera æquales angulos ſubtendentia non fuerint æqualia, tum totum erit æquale parti, ſed hoc fieri nequit. ſublato itaq; abſurdo, concluditur id quod conſentaneum eſt

principijs, quod his poſitis: latera æquales angulos ſubtendentia ſint æqualia.

Vnitatem dicunt eſſe punctum, quod dari & poni nequit: punctum uero dari poſſe & poni. Verum punctum imaginatione concipitur. & quaſi in loco aliquo ſit: & materiam habet iuxta intelligibilem materiam. quare unitas poni non poteſt, ut ea quæ immateriata eſt, & extra omnem diſtantiam, omneq; interuallum. Sed punctum habet in loco aliquo poſitionem. tanquam id quod in ſinu & gremio phantaſiæ inditum & impoſitum eſt. Duplex uero eſt punctũ: aliud quidem ſumitur per ſe: aliud uero in linea, ut ſit tanquam finis & terminus lineæ. ſolum & unum exiſtens, nec totum habens nec partes: & imitatur ſummam rerum naturam, ideoq; proportionale eſt unitati: linea uero binario: ſuperficies ternario. Species lineæ duplicem habet poteſtatem: impartibilem & partibilem. quia punctum habet in ſe, quod impartibile eſt: & interualla quæ partitionem admittunt. Pythagoræi dicunt, ſuperficiem ternario conuenire: ideoq; omnes figuras in ipſa deſcriptas: primam cauſam habere ternarium numerum. quia circulus principiũ eſt orbicularium omnium, occulte in ſe habet ternarium: ratione habita centri, interuali, & circumferentiæ: trigonum uero principium tenet in omnibus figuris rectilineis: ideoq; manifeſtũ eſt quod omnino ternario conueniat numero: & ſecundum

ſecundum eum formetur. unum dicitur eſſe terminus & finis atq; infinitas, ſeu infinitum: omnes enim res ex his uniuntur.

Sciendum eſt quod locus circa unum punctum: diuidatur in quatuor angulos rectos: & tantum tres figuræ, æquilateræ & æquiangulæ locum circa unũ punctum, totũ complere poſſunt. trigonum inquam & tetragonum, & hexagonum, ſed trigonum ſexies ſumptum. ſex enim dimidia, unius anguli recti: faciunt quatuor rectos. Hexagonum uero ter ſumptum ſiquidem quiuis angulus hexagonicus eſt æqualis uni angulo recto & tertiæ parti. Tetragonum denique quater ſi ſumatur locum totum circa unum punctum cõplebit. quia unusquisq; angulus tetragonicus rectus eſt. Quapropter ſex trigona æquilatera inter ſe concurrentia, complent & efficiunt quatuor angulos rectos, & quatuor tetragona, atq; tria hexagona idem præſtant. reliqua uero polygona, aut excedunt quatuor rectos, aut ab iiſdem deficiunt. ſola uero iſta tria, trigonum, tetragonum, & hexagonum, æqualia fiũt iuxta prædictos numeros. Ex quo manifeſtum fit, quod rectitudo angulorum, cognata ſit æqualitati. Simili etiam ratione ſimilitudo fini & termino: diſsimilitudo infinitati, aut infinito. quod enim in quantitatibus eſt æqualitas: id in qualitatibus eſt ſimilitudo.

Quoniam anguli rectilinei conſiſtunt ſecundum

ſinitum, & infinitum: idcirco doctrina finiti angu-lũ determinat rectum: qui unus tantum eſt, & æqualitate comprehenſus, perpetuo & ſemper. Ita ut neq; augmentum, neq; decrementum recipiat. ſed altera doctrina de infinito ſecundarium tenet locum, & binario conuenit: atq; duplices facit angulos præter rectũ, inæqualitate iuxta maius & minus diſtinctos. & ſecundum id quod magis atq; minus in infinitum moueantur, Ita ut alter magis & minus obliquus fiat, alter magis & minus acutus. atq; in rebus naturalibus, ſubſtantiæ accõmodatur ipſa rectitudo, quia eandem definitionem & eandem eſſentiam ſemper & perpetuo retinet. accidentibus uero angulus obtuſus & acutus. hi enim recipiunt maius & minus, & mutantur in infinitum uſq;, neq; ab eiuſmodi ceſſant mutatione.

Perpendicularis linea recta eſt ſymbolum ſtabilitis & puritatis atq; non coloratæ potentiæ, & eius quæ nunquam declinat atq; ſimilium rerum. eſt etiã ſymbolum diuinæ & intellectualis menſuræ. quia per rectas perpendiculares, figurarum altitudines metimur: & facta ratione ad rectũ angulũ, ceteras figuras rectilineas diſtinguimus & definimus. quæ per ſe indefinitæ ſunt. quia in exceſſu & deffectu conſideratur. unaquæq; enim per ſe infinita eſt.

Omne problema, & omne theorema perfectum & abſolutum, omnibus ſuis partibus, hæc omnia in ſe habet.

ſe habet. protaſim, ecteſim, dioriſmum. kataſceuen apodeixim, & ſymperaſma. Ex quibus propoſitio quidem ſubiecti & dati, aliquod quæſitum proponit atq; propoſitio perfecta, ea dicitur: quæ ex dato & quæſito conſtat. quam neceſſario ſequuntur dati explicatio & quæſiti explicatio. nam ecteſis, ipſum datum per ſe ſeorſim ſumit & conſiderat. atq; illud præparat, ut quæſtio de eo fieri poßit, dioriſmus uero hoc eſt quæſiti explicatio, aperit & oſtendit quod nam ſit quæſitum. quando uero propoſitio hæc duo non habuerit, datum inquam & quæſitum: tum neq; dati neq; quæſiti explicatio erit. Nam ſi propoſitio exempli gratia dicit: inueniendum eſſe hoc, ſimpliciter dato aliquo, quid nam explicabit explicatio dati? aut quid explicabit quæſiti explicatio? Kataſceue hoc eſt delineatio, ea quæ deſunt dato, ut quod in quæſtione eſt inquiratur, addit. apodeixis ſeu demõſtratio, artificioſe ex iam conceßis & affirmatis minimeq; dubijs, probat id ineſſe rei ſubiectæ, quod in quæſtione fuit propoſitum. Concluſio rurſus ſe conuertit ad propoſitionem, eamq; repetit: & corroborat atq; confirmat id quod demonſtratum eſt. Atqui omnes problematum & theorematum partes ſunt hæ: quæ uero maxime ſunt neceſſariæ & ſine quibus eſſe non poſſunt. ſunt hæ, propoſitio, demonſtratio, & concluſio, Neceſſe enim eſt ut prius ſciamus quid in quæſtionem uenerit: & id poſtea demonſtrandum

eſt, per media. tandem quod demonſtratum eſt concluditur. atq; ex his tribus ut aliquid abeſſe poßit aut deſit nunquam fit. reliquæ tres uero partes, ſæpius non aßumuntur: ſed aliquando cum utilitatem & neceßitatem nullam habent prætermittuntur. Nā diorismus & ecteſis, in hoc problemate nō ſunt.

Septem ſunt trigonorum ſpecies nempe æquilaterum: deinde æquicrurum triplex ut, orthogonium, oxygonium, amblygonium. tertio ſcalenum ſimili ratione tryplex orthogonium, oxygonium & amblygonium.

Problemata, quæ proprie problemata ſunt, alia quidem caſum nullum habent, alia uero plures recipiunt caſus, ſicuti & theoremata. quæcunq; igitur eandem uim & poteſtatem habent, quæ per plura diagrammata ſe extendit, & mutat ſuas poſitiones: ita tamen ut eadem demonſtrandi retineatur ratio. eiuſmodi inquam problemata dicuntur habere caſus. quæcunq; uero unam habent poſitionem, & unam delineationem, appellantur aptota hoc eſt problemata ſine caſibus. Hinc caſus per ſe & ſimili conſideratione, in omnibus problematibus accidūt in ipſa delineatione.

Data, quatuor dantur modis, Aut poſitione, ut cum dico, ad hanc lineam rectam, & ad hoc punctum quod in ea eſt, ponatur angulus. Aut ſpecie, ut cum dicimus ſit angulus datus rectus, aut acutus, aut obtuſus

tuſus, aut in genere rectilineus, aut circumferētialis, uel etiam mixtus. Aut magnitudine, ut cū dico hunc angulum huius anguli duplum eſſe, aut uniuerſali & generali appellatione maiorem uel minorem. Aut ratione, ut cum dicimus tertiam aut dimidiam recti partem. & ſic in cæteris.

Hypotheſis & antiſtrophe ſic apud geometras ſumuntur. ut ſi proponatur trigonum æquicrurum: & geometra demonſtret: in omni trigono æquicruro, angulos ad baſim eſſe inter ſe æquales: & eſt hypotheſis. Antiſtrophe uero eſt, quando dicimus trigonum cuius anguli ad baſim, ſunt inter ſe æquales: eſt, æquicrurum. Aliud exemplum. Hypotheſis eſt: quando quis ita propoſitionem inſtituit. omne trigonum, cuius duo anguli ſunt æquales: etiam latera æquales angulos ſubtendentia habebit æqualia, Antiſtrophe uero Omne trigonum, cuius duo latera ſunt æqualia: etiam angulos habebit, quos æqualia illa latera continent æquales.

Sciendum quoq; eſt quod ex omnibus figuris rectilineis: ſolum & unicum quadratum, latera habet omnia æqualia, & omnes angulos rectos. ideoq; inter omnes figuras rectilineas principem tenet locum. Pythagoricis diuinis aſſimilatur corporibus: quia loco & ordine eo eſt ut non coloratum & fucatum ſit: ſed firmum & ſtabile. & quod imitetur ſtabilem illam potentiam ſua æqualitate laterum, & angulo-

rum rectitudine. nam motus inæqualitati, ſicuti ſtatus æqualitati conuenit: & ex motu naſcitur inæqualitas, ſtatu æqualitas.

Poſtremo & hoc annotandum eſt lineam infinitum neq; multiplicationem neq; comparationem admittere: cum altera linea. quæ enim eiuſdem generis non ſunt: non poſſunt rationem inter ſe habere. propterea quod ratio ſit duarum eiuſdem generis rerum aliqua inter ſe habitudo, ut finitæ lineæ, ad finitam lineam, & ſuperficiei finitæ, ad finitam ſuperficiem. & in cæteris eodem modo.

Ad

FINIS.

Digitized by Google

Ad Lectorem.

PAuca quidem hæc ſunt: quæ Iſaacus monachus ſcripſit, & annotauit in ſex priores Elementorum Geometriæ libros: attamen eruditione plena, & quæ adoleſcentibus noſtris, lumen cognitionis Geometriæ præbere poſſint, Optandum quidem eſſet, plura huius uiri doctiſſimi extare ſcripta: quibus adiuti melius adſequeremur Euclidis, & aliorum geometrarum mentem: ſed cum nulla alia habeamus: contenti his ſcholijs & commẽtarijs Procli, & Pſelli, atque Hieronis Alexandrini lexico geometrico: cætera quæ obſcuriora videntur: noſtro ſtudio, noſtraque diligentia conabimur explicare: non ſolum in his ſex prioribus libris: ſed & cæteris cum Euclidis, tum & aliorum Geometrarũ ſcriptis.

Videntur ea quæ Hieron reliquit: & quæ Proclus tradidit: atque ab Iſaaco Monacho annotantur: eadem eſſe, ſicuti

cuti & ſunt: nolui tamen quicquam mutare: ſed vt in autographis horum autorum leguntur: ita etiam in lucem edere. Neque dubito, quin in ſcholis Geometrarum hæc trita fuerint: & omnibus nota: ab his vero ſic collecta & annotata: vt priuatis lectionibus atque ſtudijs commoda eſſent: nobis hodie maxime ſunt neceſſaria. ſine his enim lectio Euclidea: ſtudioſis, non ſolum difficilis, ſed & inutilis eſt.

Plura proxime in lucem edam, quibus ſtudium Geometriæ: iuuare conabor. Hæc ex clariſſimi viri Ioannis Sambuci, antiquo codice manu propria Iſaaci Monachi ſcripto, ſumpta ſunt: & in lucem edita: vt publicæ vtilitati ſeruirent. Spero quoque Geometriæ ſtudioſos, & hæc Iſaaci, & alia Hieronis ſcripta, grato accepturos animo.

FINIS.

INDEX RERVM.

ANgulus uarijs modis datur. A. iiij.
Angulorum natura A. vij.
Angulorum aduerticem & contiguorũ differentia. A. viij.
Angulorum diuiſio. B. iiij.
Axiomatum & poſtulatorum differentia. a. i.
Cathetus. A. vi.
Circulorum doctrina A. i. C. v. vi. vij.
Demonſtrationes mathematicæ quales ſint F. i.
Data quatuor modis dantur F. iiij.
Ενστασις. A. ij.
Ελλειψις C. ij
Elementorum Geometriæ ſcopus duplex. E. vi
Elementa quid ſint E. vij.
Figurarum differentiæ A. i.
Figurarum inſcriptiones & circumſcriptiones D. iiij.
Figuræ reciprocæ. E iij.
Gnomon. A. vi. C. v.
Geometriæ duæ definitiones. E. iiij.
Geometriæ à quibus inuenta. E v.
Geometriæ principia E. viij.
Hyperbole C ij.
Hypotheſis & antiſtrophe. F. vi.
Λῆμμα A. ij.

Linea finita & infinita. a. i. F. vi.
Magnitudo finita & infinita. a. vi.
Medietas Arithmetica & geometrica. C. iiij.
Mathematica unde dicatur. E. v.
Orthogonium trigonum cur habeat unum tantum angulum rectum. a. i.
Punctum quid ſit. a. i.
Polus a. i.
πτῶσις a. ij. F. iiij.
πόρισμα a. ij. a. viij.
Propoſitiones negatiuæ. a. iij.
Perpendicularis. a. vi.
Problemata definita & indefinita. B. iij.
Parallelorum accidentia. B. iiij.
Parallelogrammorum geneſis. B. vi.
Parapleuromata. C. i. C. v.
Parabole. C. ij.
Potentia linearum. C. iiij.
Proportio. D. v.
Polus quid ſit D. vi.
Quadratæ figuræ dignitas F. v.
Scientiarum diuiſio. E. vi.
Theorematum & problematum ſex partes. a. ij. F. iiij.
Trigonorum, laterum & angulorum æqualitas & inæqualitas. B. ij. F. iiij.
Theorematum diuiſio. B. vi.
Theorematum conuerſio triplex. B. viij.

Tra

Trapezia B. vij.
Termini rationum. D. viij.
Theorematum & problematum differentia. F. i.
Trigonorum rectilineorum ſeptem ſpecies. F. i.
Reductio ad impoſsibile. a. iij.
Recta ex una & altera parte, & ex utraque finita
a. v.
Ratio. D. v.
Rationis diuiſio D. v.

FINIS.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

Digitized by Google